

Ćwiczenia nr 11 z “Robotyki 1”

1. Dla hipotetycznych (pewnie nie istniejących w praktyce) obiektów o zadanych energiach kinetycznych i potencjalnych wyliczyć ich równania dynamiki: (zastanowić się jaki jest wektor $\mathbf{q}$ w poszczególnych przypadkach)

(a)

$$K(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \dot{q}_1^2 + (2 - \cos(q_1)) \cdot \dot{q}_2^2, \quad V(\mathbf{q}) = -m_1 \sin(q_1) + m_2 \cos(q_2).$$

(b)

$$K(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = (1 + q_1^4) \dot{q}_1^2, \quad V(\mathbf{q}) = m_1 \cdot q_1.$$

2. Policzyc macierz pseudoinercji pręta jednorodnego o długości l i masie m znajdującego się w R^3 między punktami $(0, a, 0)^T$ i $(0, a + l, 0)^T$ (a jest także parametrem).
3. Policzyc macierz pseudoinercji jednorodnej płytki (o pomijalnej grubości) kwadratowej o boku a i masie m , środka masy w środku układu współrzędnych w którym liczymy macierz. Boki kwadratu równoległe do osi. Płytkę leży na płaszczyźnie XY (czy jej współrzędna Z jest istotna?).
4. Bardzo użyteczne Twierdzenie Steinera pozwala policzyć macierz pseudoinercji J obiektu, gdy znamy jego macierz pseudoinercji w układzie związanym ze środkiem masy J_0 . Zależność jest następująca:

$$J = A \cdot J_0 \cdot A^T,$$

gdzie macierz $A \in SE(3)$ jest transformacją między układem w którym liczymy J a układem w którym liczono J_0 .

- (a) Policzyc macierz pseudoinercji kwadratu z zadania 3 obróconego o 45° .
- (b) Policzyc macierz pseudoinercji kwadratu z zadania 3 przesuniętego o wektor $(1, 2, 0)^T$.
- (c) Policzyc macierz pseudoinercji kwadratu z zadania 3 przesuniętego o wektor $(1, 2, 0)^T$ i obróconego o 45° .
- (d) Czy kolejność wykonywania transformacji jest istotna? Przypuszczenia potwierdzić odpowiednim szkicem.
5. Policzyc równanie dynamiki 1D wahadła, gdy ramię jest jednorodnym prętem o masie m_1 i długości a_1 łączącym przegub z efekтором. Przyjąć wektor grawitacji działający wzdłuż osi OY (a może też OZ ?).
6. Dla manipulatora podwójne wahadło planarne wyliczyć energię kinetyczną elementu masy dm znajdującego się w połowie drugiego ogniwa.
7. Tylko, gdy wystarczy czasu: policzyć równanie dynamiki dla podwójnego wahadła planarnego:
- a) z rozkładem mas liniowym i jednorodnym poszczególnych ogniów (masy m_1, m_2),
- b) punktowe masy położone na końcach ogniów.