

Ćwiczenia nr 7 z “Robotyki 1”

1. Dla manipulatora podwójne wahadło planarne wyliczyć jacobian analityczny, gdy kinematyka zadana jest współrzędnymi przestrzeni zadaniowej:

- $(x, y)^T$
- $(x)^T$,
- $(x, \theta)^T$, gdzie θ jest orientacją chwytaka, czyli kątem między osią x_2 , a osią x_0 (uwaga: uzależnić ten kąt od q_1, q_2).

2. Narysować przestrzeń zadaniową $\mathbf{X}$ rozumianą jako $k(\mathbf{Q}) = k(\forall \mathbf{q} \in \mathbf{Q}) = \mathbf{X}$ dla podwójnego wahadła ze współrzędnymi przestrzeni zadaniowej $(x, y)^T$, w przypadku gdy:

- kąty q_1 nieograniczone, $q_2 \in [-\pi/2, \pi/2]$
- gdy $q_1 \in [-\pi/2, 0]$, q_2 nieograniczone.
- Narysować przestrzeń zadaniową, gdy współrzędna przestrzeni zadaniowej to $(y)^T$.

3. Dla manipulatora typu potrójne wahadło planarne (“zgadnąć” kinematykę na podstawie dwuwahadła planarnego), wyliczyć jacobian analityczny dla wybranego układu wektora współrzędnych w przestrzeni zadaniowej (np. $(x, y, \theta)^T$).

4. Dla hipotetycznych kinematyk:

(a)

$$k(q_1, q_2) = (a_2 \sin(q_1 + q_2) \cos(q_2), a_1 \cos(q_1) + d_1)^T$$

(b)

$$k(q_1, q_2, q_3) = (q_1 q_2^2 q_3, q_1^2 + q_2 q_3)^T$$

(c)

$$k(q_1, q_2, q_3) = (q_1^2, q_2 q_3, q_3^3)^T$$

wyliczyć jacobian analityczny.

5. Dobór współrzędnych dla parametryzacji macierzy obrotu $\mathbf{R}_0^n(\mathbf{q}) \in SO(3)$ występującej w kinematyce $\mathbf{A}_0^n(\mathbf{q})$ przebiega następująco:

Wśród możliwych parametryzacji (znamy ich na pewno 12 – 6 typu HGH oraz 6 typu HGF, gdzie $H \neq G \neq F$, $H, G, F \in \{X, Y, Z\}$) wybieramy tę, która ma najbardziej zbliżoną strukturę do macierzy R otrzymanej z mnożenia trzech macierzy obrotów dla wybranej parametryzacji.

Następnie określamy kąty parametryzacji wynikające z równań $R = R_0^n$. Sprawdzić obliczeniami, że dla kinematyki manipulatora RTR zadanej jako:

$$K(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} c_1 c_3 & -c_1 s_3 & s_1 & (a_2 + a_3 c_3) c_1 \\ s_1 c_3 & -s_1 s_3 & -c_1 & (a_2 + a_3 c_3) s_1 \\ s_3 & c_3 & 0 & q_2 + a_3 s_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

parametryzacja kątami typu ZXZ jest “dobra” (można też Eulera ZYZ - też jest OK).

6. (*) Dla zadanego manipulatora łatwo policzyć kinematykę ($K(\mathbf{q}) = (\mathbf{R}_0^n(\mathbf{q}), T_0^n(\mathbf{q})) \in SE(3)$). Licząc kinematykę we współrzędnych, przyjmujemy (najczęściej) współrzędne położeniowe jako kartezjańskie. Dobór współrzędnych dla $SO(3)$ jest już nieco trudniejszy. Pomaga porównanie wynikowej macierzy $\mathbf{R}_0^n$ z macierzami dla różnych parametryzacji (α, β, γ) grupy $SO(3)$, tak by wybrana z nich miała podobną (identyczną) strukturę do $\mathbf{R}_0^n$ (skąd zwykle łatwo wyliczyć zależność (α, β, γ) od $\mathbf{q}$). Jak dla danej parametryzacji (sekwencja trzech osi wybranych właściwie ze zbioru $\{X, Y, Z\}$) określić, gdzie w macierzy $\mathbf{R}(\alpha, \beta, \gamma)$ będzie:

- element “pojedynczy” (sin/cos pewnego kąta α, β, γ). Przykładowo: dla $RPY(\alpha, \beta, \gamma)$ jest to element (3, 1) równy $-\sin(\beta)$.
- czy będzie to sin czy cos i z jakim znakiem?
- gdzie będą elementy będące pojedynczym iloczynem sin/cos, sin/sin, cos/sin?