

POLITECHNIKA WROCŁAWSKA
WYDZIAŁ ELEKTRONIKI

KIERUNEK: Automatyka i Robotyka (AIR)
SPECJALNOŚĆ: Robotyka (ARR)

**PRACA DYPLOMOWA
MAGISTERSKA**

Przegląd metod modelowania gąsienicowych
robotów mobilnych

Review of modeling methods of crawling mobile
robots

AUTOR:
Adam Mendaluk

PROWADZĄCY PRACĘ:
Dr inż. Robert Muszyński, W4/K-7

OCENA PRACY:

Spis treści

1	Wstęp	1
2	Modelowanie robotów gąsienicowych	3
2.1	Model wykorzystujący współczynniki poślizgu gąsienic	6
2.2	Modele kinematyczne parametryzujące położenie punktu chwilowego środka obrotu	8
2.2.1	Model kinematyczny w oparciu o chwilowe środki obrotu	8
2.2.2	Identyfikacja wirtualnego robota (2,0)	10
3	Identyfikacja parametrów modeli kinematycznych	15
3.1	Rozszerzony filtr Kalmana	15
3.1.1	Estymacja parametrów poślizgu	17
3.1.2	Estymacja położenia chwilowych środków obrotu	18
3.1.3	Estymacja konfiguracji wirtualnego robota kołowego	19
4	Badania symulacyjne	23
4.1	Zachowanie modeli robotów gąsienicowych	23
4.2	Identyfikacja parametrów modeli kinematycznych	26
5	Podsumowanie	38
	Bibliografia	39

Rozdział 1

Wstęp

Pojazdy wyposażone w napędy gąsienicowe są stosowane z sukcesem od późnego końca XIX wieku, a jednym z pierwszych jest parowy, gąsienicowy pojazd do transportu ściętych pni drzew, skonstruowany przez Alvina Orlando Lombarda [15]. Pojazd ten potrafił przetransportować ładunek na saniach po trudnej nawierzchni jaką jest śnieg i lód. Niestety, prawdopodobnie najbardziej rozpoznawanymi pierwszymi, skutecznymi pojazdami gąsienicowymi są czołgi wykorzystane w trakcie pierwszej wojny światowej do przełamywania umocnień przeciwnika, takie jak brytyjski Mark I [13]. Pojazdy te, dzięki wykorzystaniu napędu gąsienicowego, mogły być wyposażone w ciężki pancerz i uzbrojenie. Jednocześnie otrzymaliśmy możliwość niezawodnego przemieszczania się w prawie każdych warunkach terenowych, nie zapadając się w głębokim błocie lub śniegu i ignorując przeszkody terenowe takie jak okopy czy gruzy.

Można zauważyć, że zarówno dla czołgów jak i pojazdu Lombarda głównym problemem w wypadku zastosowania napędu kołowego był wysoki ciężar pojazdu połączony z miękką, nierówną powierzchnią, po której miał się on przemieszczać. Zastosowanie kół powodowałoby skupienie ciężaru całego pojazdu w kilku punktach, w zależności od liczby wykorzystanych kół, co mogło powodować ich zapadanie się. Problem ten rozwiązał napęd gąsienicowy, który pozwala na rozłożenie ciężaru pojazdu na maksymalnie dużą powierzchnię co jednocześnie zapewnia większą przyczepność, jednakże kosztem większych oporów ruchu. Tym samym wielkogabarytowe pojazdy wyposażone w napęd gąsienicowy mają znacznie lepsze właściwości trakcyjne, niż pojazdy podobnych rozmiarów wyposażone w koła. Z tego powodu, dziś napędy gąsienicowe znajdują zastosowanie w pojazdach, od których wymagane jest niezawodne przemieszczanie się bez względu na warunki terenu, czyli głównie w wojsku i w maszynach do robót ziemnych. Są również chętnie stosowane w robotach, które muszą pracować bezawaryjnie w ciężkich warunkach. Przykładami takich robotów gąsienicowych są TALON [2], służący w armii USA jako wsparcie dla sił naziemnych, wykonujący takie prace jak rozbijanie ładunków wybuchowych czy transport ekwipunku, robot strażacki Thermite RS1-T3 [4], używany przez strażaków w ameryce północnej i robot Colossus [11], który pomagał gasić pożar katedry Notre Dame 15-16 kwietnia 2019.

Charakterystyka napędu gąsienicowego sprawia, że ruch robota w niego wyposażonego jest trudny do przewidzenia, co jest przyczyną problemów przy zastosowaniu autonomicznego sterowania w robotach z napędem tego typu. Głównym powodem tej nieprzewidywalności zachowania jest fakt, że robot gąsienicowy posiada kontakt powierzchniowy z terenem po którym się przemieszcza, a nie niemal punktowy jak w wypadku robotów kołowych. Tak więc, gdy robot skręca, znaczna część jego gąsienicy musi ulegać poślizgowi poprzecznemu w celu wykonania manewru, a stopień poślizgu poszczególnych fragmen-

tów gąsienicy jest zależny od wartości sił tarcia. Te natomiast zależą od zmieniających się warunków kontaktu gąsienicy z powierzchnią, po której się przemieszcza i mogą się one różnić dla poszczególnych jej części.

Poprawne zamodelowanie ruchu robota wyposażonego w napęd gąsienicowy pozwoli na dokładniejsze przewidywanie jego zachowania. Model taki byłby pomocny przy realizowaniu przez robota gąsienicowego podstawowych funkcji autonomicznych, jakimi są śledzenie trajektorii czy sterowanie do punktu. Jednak uzyskanie poprawnego opisu ruchu, który uwzględniłby wszystkie zjawiska na niego wpływające, nie jest prostym zadaniem.

Dotychczas nie opracowano jednolitej teorii mówiącej o tym, jak modelować ruch pojazdów wyposażonych w napędy gąsienicowe i najczęściej są one modelowane poprzez analogię do pojazdów kołowych. Celem niniejszej pracy jest dokonanie przeglądu i sprawdzenia działania wybranych modeli robotów gąsienicowych. W rozdziale 2 przedstawiono trzy różne metody modelowania robotów gąsienicowych, które parametryzują warunki kontaktu gąsienicy z powierzchnią, tym samym uwzględniając ich wpływ na ruch robota. W rozdziale 3 przedstawiono wykorzystanie rozszerzonego filtra Kalmana w celu estymacji wartości parametrów dla każdego z modeli. W rozdziale 4 opisano badania symulacyjne przeprowadzone w celu porównania działania opisanych modeli. Tamże porównano jakość estymacji z użyciem rozszerzonego filtra Kalmana ich parametrów modelujących warunki kontaktu powierzchniowego. Wyniki opisano w rozdziale 4. Ostatni rozdział zawiera wnioski i propozycję dalszego etapu badań dotyczących przedstawionych modeli.

Rozdział 2

Modelowanie robotów gąsienicowych

W niniejszym rozdziale, przedstawimy wybrane modele kinematyczne robotów gąsienicowych. Pierwsza metoda pochodząca z pracy [1], która została opisana w podrozdziale 2.1, wykorzystuje model dynamiki w celu wyprowadzanie parametrów poślizgu dla modelu kinematyki. Opis tej metody może stanowić dobre wprowadzenie do problemu przewidywania ruchu robotów gąsienicowych. W podrozdziale 2.2.1 przedstawiono model kinematyczny zaczerpnięty z pracy [3], który wykorzystuje zależności geometryczne występujące w trakcie ruchu robota, a dokładniej informację o położeniu chwilowych środków obrotu robota. Wykorzystując model kinematyki oparty na chwilowych środkach obrotu i znając ich współrzędne, możliwe jest przewidywanie zachowania robota w zmiennych warunkach terenowych. Ostatnia z przedstawionych metod, opisana z podrozdziale 2.2.2, pochodzi z pracy [8] i modeluje robota gąsienicowego, jako przesuniętego względem jego środka robota wirtualnego w postaci robota kołowego o zmienionym rozstawie gąsienic. Znając położenie i rozstaw kół wirtualnego robota kołowego, możliwe jest sterowanie robotem gąsienicowym poprzez sterowanie wirtualnym robotem kołowym. Wszystkie modele zakładają, że warunki kontaktu robota z powierzchnią są nieznane. Należy wykonać estymację wartości parametrów je modelujących, w celu uzyskania poprawnego przewidywania ruchu robota z napędem gąsienicowych mimo zmieniających się warunków terenowych.

Przedstawione metody dotyczą robotów wyposażonych w dwie niezależnie sterowane gąsienice i model ich ruchu jest tworzony na podstawie modelu ruchu robota kołowego z napędem różnicowym [5]. Model kinematyki takiego robota, przedstawionego na rysunku 2.1, opisuje ruch w globalnym układzie współrzędnych jako

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{(V_R+V_L)}{2} \cos \theta \\ \dot{y} = \frac{(V_R+V_L)}{2} \sin \theta \\ \dot{\theta} = \frac{(V_R-V_L)}{T} \end{cases}, \quad (2.1)$$

gdzie V_R i V_L to prędkości liniowe odpowiednio prawego i lewego koła robota, T to rozstaw kół, zaś x i y to zmienne opisujące położenie, a θ orientację robota. Traktując model (2.1) jako bazę, można poprzez modyfikację uzupełnić go o opis zjawisk, które w wypadku ruchu robotów dwukołowych nie zachodzą bądź są pomijane, a które istotnie wpływają na zachowanie robotów gąsienicowych.

W przypadku modelowania robotów kołowych, zakładany jest kontakt punktowy kół z powierzchnią po której przemieszcza się robot i punkty te wyznaczają jego oś. Założenie to upraszcza model ruchu robota sprawiając, że jego chwilowy środek obrotu (ang. *instantaneous center of rotation*), leży na prostej wyznaczonej przez oś kół robota. Chwilowy środek obrotu jest punktem, określającym środek okręgu po fragmencie którego w

RobotDwukolowy_1.png

Rysunek 2.1: Robot kołowy poruszający się bez poślizgu, posiadający kontakt punktowy z podłożem [8]



Rysunek 2.2: Rysunek obrazujący koncepcję wirtualnych kół robota gaśnicowego [7]

danej chwili porusza się cały robot, zaś położenie tego punktu dla robota dwukołowego z napędem różnicowym zależy od dwóch wartości:

- różnicy prędkości kół,
- położenia punktów kontaktu kół z powierzchnią, po której robot się przemieszcza.

Jeśli założymy, że punkty mocowania kół robota są stałe, oraz punkty kontaktu z podłożem znajdują się zawsze na środkach kół, wtedy na położenie punktu chwilowego środka obrotu wpływa jedynie różnica między prędkościami kół, która przesuwają go wzdłuż prostej wyznaczonej przez oś kół. Dla robota gaśnicowego, założenie kontakt punktowego jego gąsienic z powierzchnią, po której się on przemieszcza, powoduje duże błędy przy przewidywaniu jego ruchu przez model. Najbardziej istotnym zjawiskiem wpływającym na ruch robota gaśnicowego i nie występującym w robotach dwukołowych jest fakt, że chwilowy środek obrotu robota nie musi znajdować się na prostej wyznaczonej przez środki gąsienic. Dla robotów gaśnicowych bardziej odpowiednim jest założenie, że na całej długości obu gąsienic wartość współczynnika tarcia jest identyczna. Pozwala ono na zdefiniowanie wirtualnych kół robota, jak pokazano to na rysunku 2.2, które to wyznaczają prostą na której leży chwilowy środek obrotu. Do przewidywania ruchu robota gaśnicowego nie jest wymagana dokładna znajomość położenia wirtualnych kół, a jedynie wiedza o tym, na jakiej prostej leży wyznaczana przez nie wirtualna oś kół robota. Położenie osi wirtualnych kół jest wyznaczone przez siły tarcia działające w poprzek gąsienic w danej chwili, gdyż określają one wypadkowy moment obrotowy gąsienic robota. Wartości siły tarcia zależą głównie od dwóch czynników:

- wielkości powierzchni kontaktu gąsienic z podłożem,
- położenia środka masy robota.

Do poprawnego obliczania położenia punktu chwilowego środka obrotu robota wymagane jest określenie wyżej wymienionych parametrów, a uzyskanie ich wartości bezpośrednio z pomiarów jest praktycznie niemożliwe. Wielkość powierzchni kontaktu gąsienic

z podłożem istotnie wpływa na wartość siły tarcia poprzecznego. Powierzchnia kontaktu gąsienic z podłożem nie musi być identyczna na całej ich długości, co w efekcie powoduje przesunięcie punktów w których wypadkowa siła tarcia poprzecznego działającego na gąsienice wynosi 0. Jeśli punkty te nie znajdują się na środkach gąsienic, ruch robota różni się od przedstawionego w modelu ruchu robota kołowego i jego środek ulega poślizgowi poprzecznemu.

Położenie środka ciężkości robota decyduje o tym, jak na długości jego gąsienic rozkłada się siła nacisku z jaką oddziałują na podłoże, po którym przemieszcza się robot. Jeśli środek ciężkości robota nie leży w jego środku i został przesunięty wzdłuż robota, siły nacisku wywierane przez gąsienice nie będą równe na całej ich długości, rosnąc zgodnie z kierunkiem przesunięcia. Jeśli środek ciężkości zostanie przesunięty w poprzek robota, przykładowo bliżej prawej gąsienicy, siła nacisku wywoływana przez prawą gąsienicę będzie większa niż siła nacisku lewej gąsienicy. W efekcie, tak jak w przypadku różnej wielkości powierzchni kontaktu, siły tarcia nie będą równoważyć się na środkach gąsienic, przez co robot przestanie się zachowywać w sposób możliwy do przewidzenia z użyciem modelu robota dwukołowego.

Problem określania wartości wspomnianych parametrów w robotach gąsienicowych można rozwiązać poprzez wykorzystanie modeli uproszczonych, sprowadzających opis ruchu robota gąsienicowego do parametryzowanego modelu robota sterowanego kołowym napędem różnicowym, wykorzystując metody predykcji i identyfikacji. Na potrzeby dalszych rozważań, wprowadzimy wspólną konwencję oznaczeń. Tak jak przedstawiono na rysunku 2.1, układ globalny robota będzie oznaczany jako $X_0O_0Y_0$ a układ lokalny robota, o początku w jego środku O , jako $X_R O Y_R$. Wektory, takie jak prędkość i położenie, które są opisane w lokalnym układzie współrzędnych robota zapisywane będą z lewym górnym indeksem R .

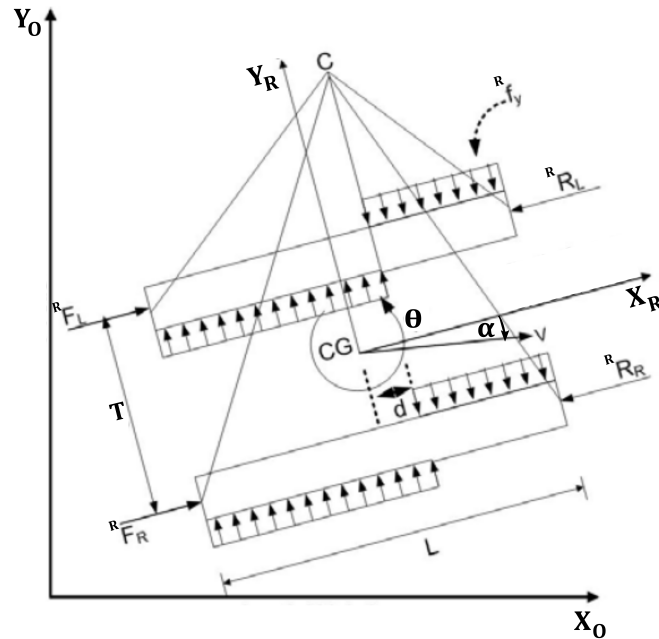
Niech konfigurację robota w globalnym układzie współrzędnych opisuje wektor

$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}, \quad (2.2)$$

gdzie x , y określają położenie robota w globalnym układzie współrzędnych $X_0O_0Y_0$ a przez θ oznaczono orientację robota w tymże układzie. Oznaczmy punkt $P_O = (x, y)^T$ jako położenie robota w globalnym układzie współrzędnych. Wówczas transformacja z lokalnego układu współrzędnych do układu globalnego opisywana jest przez macierz

$$\begin{aligned} A_0 = \text{Tran}(P_O)\text{Rot}(\theta) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & x \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Jak wspomniano na wstępie tego rozdziału, w kolejnych podrozdziałach przedstawione zostaną trzy implementacje modeli parametrycznych robotów gąsienicowych. Zestawy parametrów i metod identyfikacji stosowane przez ich autorów prezentują różne rozwiązania problemu wykonywania takich modeli a także pozwalają na lepszy ogólny ogląd.



Rysunek 2.3: Robot wraz z siłami oddziałującymi na gašienice w trakcie ruchu [1]

2.1 Model wykorzystujący współczynniki poślizgu gašienic

Wprowadzając do opisu ruchu parametry uwzględniające poślizgi wzdłużne gašienic i ich poślizg poprzeczny, można uzyskać model ruchu robota gašienicowego, który lepiej odwzorowuje zachowanie rzeczywistego obiektu. Wprowadzenie tych parametrów, pozwala na zamodelowanie zachowania robota z poślizgiem modelem dwukołowego robota z napędem różnicowym o odpowiednio skalowanych sygnałach sterowania. Aby dokładniej wyjaśnić, jakie zjawiska opisują parametry identyfikowane w modelach kinematycznych robotów gašienicowych zaprezentowanych w kolejnych podrozdziałach pracy, jako pierwszy przedstawimy wyprowadzenie modelu kinematyki z uproszczonego modelu dynamiki robota [1]. Przedstawmy ruch pojazdu gašienicowego na następującym przykładzie. Załóżmy, że robot gašienicowy porusza się po płaszczyźnie skręcając w lewo, jak przedstawiono na rysunku 2.3. Zgodnie z wprowadzoną wcześniej konwencją oznaczeń, będziemy oznaczać lokalny układ współrzędnych robota jako $X_R O Y_R$ a wektory w nim opisane będą zapisywane z lewym, górnym indeksem R . Siły zewnętrzne oddziałujące na robota to siły tarcia wzdłużnego ${}^R R_L$ i ${}^R R_R$, oraz siła wywierana przez napędy robota ${}^R F_L$ i ${}^R F_R$ odpowiednio dla lewej i prawej gašienicy. Siły ${}^R f_y$ to siły tarcia poprzecznego wynikające ze ścinania przez gašienice gruntu (prześlizgiwania się po nim), strzałki na rysunku 2.3 pokazują ich rozkład na długości gašienic. W rozważaniach założono, że współczynnik tarcia poprzecznego μ_y jest stały na całej długości gašienicy. Uwidoczniony na rysunku punkt C to chwilowy środek obrotu, a punkt CG to środek robota. Przyjęto, że rozstaw gašienic wynosi T a ich długość L .

W ogólności siły ${}^R f_y$ nie muszą równoważyć się na środku gašienicy, dlatego chwilowy środek obrotu C jest przesunięty o odległość d wzdłuż osi X_R lokalnego układu współrzędnych robota. Przesunięcie to objawia się w trakcie ruchu w wektorze prędkości robota ${}^R v$, jako składowa wzdłuż osi Y_R w lokalnym układzie współrzędnych, czyli jako poślizg poprzeczny pojazdu. Kąt α wyznaczany przez wektor prędkości v i oś X_R jest nazywany

kątem poślizgu poprzecznego.

W rozpatrywanej sytuacji wypadkowa siła działająca na robota w lokalnym układzie współrzędnych przedstawia się następująco

$$\begin{cases} m^R \ddot{x} = {}^R F_L + {}^R F_R - {}^R R_L - {}^R R_R \\ m^R \ddot{y} = {}^R f_l \\ I^R \ddot{\theta} = ({}^R F_R - {}^R R_R) \frac{T}{2} - ({}^R F_L - {}^R R_L) \frac{T}{2} - {}^R M_r \end{cases}, \quad (2.4)$$

gdzie ${}^R f_l$ to wypadkowa siła poprzeczna działająca na gaśienice, ${}^R M_r$ moment tarcia skreću. W pracy [1], z której pochodzi opisywany model, zaproponowano, aby moment tarcia skreću przyjąć jako

$${}^R M_r = -\operatorname{sgn}({}^R \dot{\theta}) \mu_y \frac{mg}{l} \left(\frac{L^2}{4} - d^2 \right), \quad (2.5)$$

gdzie μ_y jest współczynnikiem tarcia poprzecznego gaśienicy na długości d , L to długość całej gaśienicy, zaś l to długość pojedynczego ogniwa gaśienicy. Występująca we wzorze zmiana wartości kąta ${}^R \theta$ oznacza zmianę orientacji robota i jest ona równa zmianie wartości orientacji θ w globalnym układzie współrzędnych. Transformując równanie (2.4) z wykorzystaniem macierzy (2.3) do globalnego układu współrzędnych, otrzymujemy układ równań

$$\begin{cases} m \ddot{x} = ({}^R F_L + {}^R F_R - {}^R R_L - {}^R R_R) \cos \theta - {}^R f_l \sin \theta \\ m \ddot{y} = {}^R f_l \cos \theta \\ I \ddot{\theta} = ({}^R F_R - {}^R R_R) \frac{b}{2} - ({}^R F_L - {}^R R_L) \frac{T}{2} - \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) \mu_y \frac{mg}{l} \left(\frac{L^2}{4} - d^2 \right) \end{cases}. \quad (2.6)$$

Równania (2.6) opisują model ruchu robota i pozwalają na symulowanie jego zachowania przy różnych wartościach współczynnika tarcia μ_y i przesunięcia d . W celu uwzględnienia poślizgu wzdłużnego, do modelu kinematyki w lokalnym układzie współrzędnych robota wprowadza się dwa parametry: i_L i i_R , które określają poślizg wzdłużny lewej i prawej gaśienicy. W modelu kinematyki, współczynnik tarcia μ_y i przesunięcie d opisujące poślizg poprzeczny w modelu dynamiki, są zastąpione jednym parametrem, zdefiniowanym wcześniej kątem poślizgu α . W wyniku otrzymujemy równania opisujące model kinematyki postaci

$$\begin{cases} {}^R \dot{x} = \frac{V_L(1-s_L) + V_R(1-s_R)}{2} \\ {}^R \dot{y} = -{}^R \dot{x} \tan \alpha \\ {}^R \dot{\theta} = \omega = \frac{V_R(1-s_R) - V_L(1-s_L)}{T} \end{cases}, \quad (2.7)$$

gdzie V_L i V_R stanowią sygnały sterujące, które określają prędkości liniowe kół napędowych gaśienic jakie chcemy uzyskać. Prędkości te oblicza się traktując ruch koła napędowego gaśienicy jako ruch jednostajny punktu po okręgu¹, które w przypadku braku poślizgu bezpośrednio przekładają się na prędkość przemieszczania się środka gaśienic. Jeśli przyjmujemy, że V_{Lr} i V_{Rr} to prędkości z jakimi środki gaśienic poruszają się wzdłuż ich długości, wartości parametrów poślizgu można obliczyć jako

$$\begin{cases} i_L = \frac{V_L - V_{Lr}}{\max(V_L, V_{Lr})} \\ i_R = \frac{V_R - V_{Rr}}{\max(V_R, V_{Rr})} \end{cases}. \quad (2.8)$$

¹prędkość liniowa w ruchu jednostajnym po okręgu jest obliczana jako iloczyn jego prędkości obrotowej i promienia tego okręgu, czyli dla gaśienicy jest to iloczyn prędkości obrotowej jej koła napędowego i jego promienia

Będziemy mówić, że gąsienica ślizga się, gdy prędkość V_{Lr} jest mniejsza od prędkości V_L , zaś sunie, gdy jest ona większa. Po uwzględnieniu podanych powyżej ślizgów, równanie kinematyki w globalnym układzie współrzędnych ma postać

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^R\dot{x} \\ {}^R\dot{y} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{V_L(1-s_L)+V_R(1-s_R)}{T} \\ -R\dot{x} \tan \alpha \\ \frac{V_R(1-s_R)-V_L(1-s_L)}{T} \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Wynikowy model składający się z równań (2.9) zawiera trzy parametry: s_L , s_R opisujące poślizgi wzdłużne gąsienic i α , który opisuje przesunięcie chwilowego środka obrotu.

2.2 Modele kinematyczne parametryzujące położenie punktu chwilowego środka obrotu

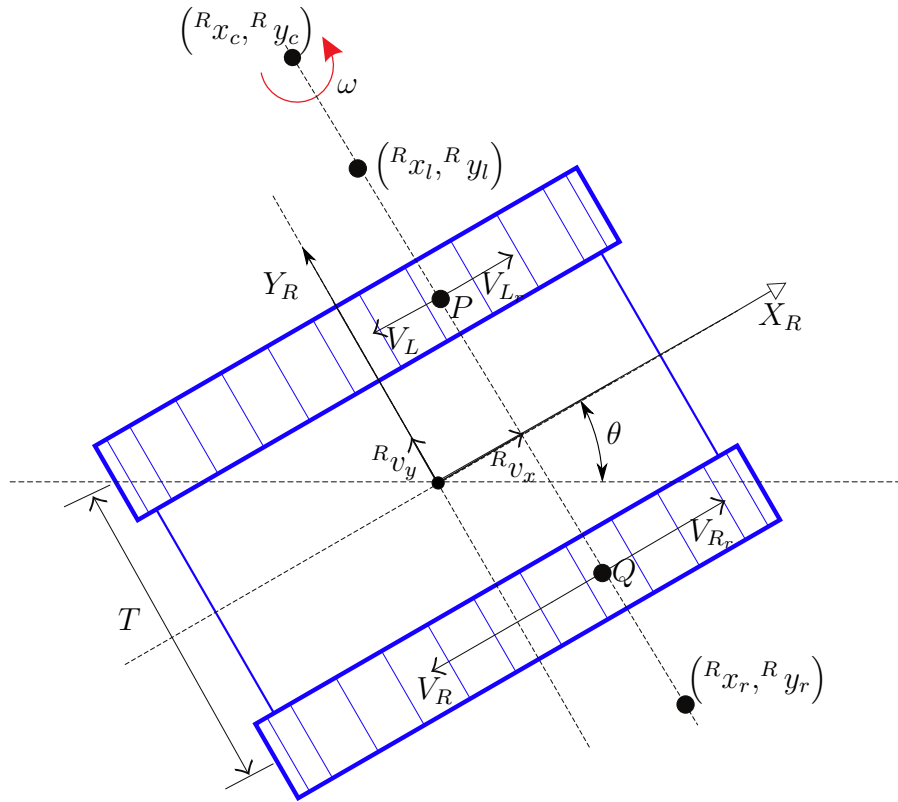
Model kinematyczny robota gąsienicowego można wyprowadzić bazując na podstawowych założeniach przyjmowanych przy opisie kinematyki ciał sztywnych. Jak pokazano na rysunku 2.3, gdy ciało sztywne przemieszcza się z prędkością v , w każdej chwili t można znaleźć taki punkt odniesienia C , który w trakcie ruchu ciała charakteryzuje się zerową wartością prędkości chwilowej. Zatem ruch każdego punktu należącego do tego ciała, z perspektywy ich prędkości chwilowych, można opisać jako obrót wokół punktu C z prędkością kątową $\omega = \dot{\theta}$ [10], tak więc punkt C stanowi chwilowy środek obrotu ciała. Ruch po prostej jest traktowany jako przypadek szczególny, w którym pojazd obraca się wokół nieskończenie odległego punktu C z nieskończenie małą prędkością obrotowa ω .

Wykorzystując przedstawiony wyżej fakt, możliwe jest przewidywanie ruchu robota gąsienicowego na podstawie informacji o położeniu jego chwilowego środka obrotu. Współrzędne tego punktu zależą od parametrów środowiska opisanych we wstępie rozdziału 2. Tak jak w przypadku parametrów α , s_L i s_R w modelu przedstawionym w podrozdziale 2.1, w modelach kinematycznych opartych na znajomości chwilowego środka obrotu korzystnym jest zastosowanie metod adaptacyjnych i identyfikacji w celu uzyskania poprawnego sterowania robotem gąsienicowym.

2.2.1 Model kinematyczny w oparciu o chwilowe środki obrotu

Zaproponowany w pracy [3] model został wyprowadzony ze współrzędnych punktów chwilowych środków obrotów robota przy założeniu, że robot i jego gąsienice zachowują się jak ciała sztywne, każde poruszające się wokół własnego chwilowego środka obrotu.

Tak jak w podrozdziale 2.1 zakładamy, że robot gąsienicowy porusza się po płaszczyźnie skręcając w lewo, a siły tarcia nie muszą równoważyć się na środkach gąsienic. Opisaną sytuację przedstawiono na rysunku 2.4. Punkty P i Q są punktami w których siły tarcia poprzecznego działającego na gąsienice równoważą się, a b to odległość między gąsienicami. Położenia punktów chwilowych środków obrotu, kolejno robota i gąsienic, w lokalnym układzie współrzędnych opisane są jako ${}^R ICR_c = ({}^R x_c, {}^R y_c)$, ${}^R ICR_l = ({}^R x_l, {}^R y_l)$ i ${}^R ICR_r = ({}^R x_r, {}^R y_r)$. Punkty te leżą na prostej, równoległej do osi Y_R lokalnego układu współrzędnych. Prędkości ${}^R v_x$ i ${}^R v_y$ to składowe wektora prędkości środka robota wzdłuż osi X_R i Y_R lokalnego układu współrzędnych. Robot rotuje wokół chwilowych środków obrotu z prędkością kątową ω zmieniając swoją orientację θ . W celu wyprowadzenia formuł na współrzędne punktów chwilowych środków obrotu, okreśmy wartości bezwzględne prędkości gąsienic w punktach P i Q . Jako że ruch obu gąsienic może być traktowany jako



Rysunek 2.4: Położenie punktów chwilowego obrotu robota i prędkości ciał [3]

rotacja wokół punktów ${}^R ICR_l$ i ${}^R ICR_r$, można zapisać, że są one równe

$$\begin{cases} V_P = ({}^R y_l - \frac{T}{2}) \omega \\ V_Q = ({}^R y_r - (-\frac{T}{2})) \omega \end{cases} \quad (2.10)$$

Prędkości te można także wyznaczyć ze złożenia prędkości wzdłuż gaśienic z jakimi rzeczywiście się poruszają i z jakimi zgodnie z sygnałami sterowania poruszać się powinny, otrzymując

$$\begin{cases} V_P = V_{Lr} - V_L \\ V_Q = V_{Rr} - V_R \end{cases} \quad (2.11)$$

Biorąc pod uwagę z jaką prędkością porusza się środek robota, możemy zapisać prędkości V_{Lr} i V_{Rr} w postaci

$$\begin{cases} V_{Lr} = {}^R v_x - \frac{T}{2} \omega \\ V_{Rr} = {}^R v_x + \frac{T}{2} \omega \end{cases} \quad (2.12)$$

Z równań (2.10)–(2.12) otrzymujemy formuły na położenie punktów ICR w lokalnym układzie współrzędnych robota

$$\begin{cases} {}^R y_c = \frac{{}^R v_x}{\omega} \\ {}^R y_l = \frac{{}^R v_x - V_L}{\omega} \\ {}^R y_r = \frac{{}^R v_x - V_R}{\omega} \\ {}^R x_c = {}^R x_l = {}^R x_r = -\frac{{}^R v_y}{\omega} \end{cases} \quad (2.13)$$

Równania (2.13) ukazują relację pomiędzy ruchem gaśienic a położeniem chwilowych punktów obrotu. W konsekwencji, w lokalnym układzie współrzędnych robota prędkości środka robota wzdłuż osi $X_R - {}^R v_x$, wzdłuż osi $Y_R - {}^R v_y$ i obrotową $-\omega$ można wyrazić jako funkcję współrzędnych jego punktów ICR i prędkości V_R i V_L

$$\begin{cases} Rv_x = \frac{Ry_l V_R - Ry_r V_L}{Ry_l - Ry_r} \\ Rv_y = \frac{V_L - V_R}{Ry_l - Ry_r} R x_c \\ \omega = -\frac{V_L - V_R}{Ry_l - Ry_r} \end{cases} \quad (2.14)$$

Transformując równanie (2.14) z wykorzystaniem macierzy (2.3), otrzymujemy układ równań opisujący prędkość środka robota w globalnym układzie współrzędnych w postaci

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Rv_x \\ Rv_y \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{Ry_l V_R - Ry_r V_L}{Ry_l - Ry_r} \\ \frac{V_L - V_R}{Ry_l - Ry_r} R x_c \\ -\frac{V_L - V_R}{Ry_l - Ry_r} \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Wynikowy model kinematyczny robota gąsienicowego opisany równaniem (2.15) przewiduje ruch robota na podstawie współrzędnych jego chwilowych środków obrotu. Model ten opisuje poślizgi poprzeczne i wzdłużne gąsienic poprzez położenie punktów chwilowych środków obrotu, gdyż oba te zjawiska wpływają na położenie tych punktów.

2.2.2 Identyfikacja wirtualnego robota (2,0)

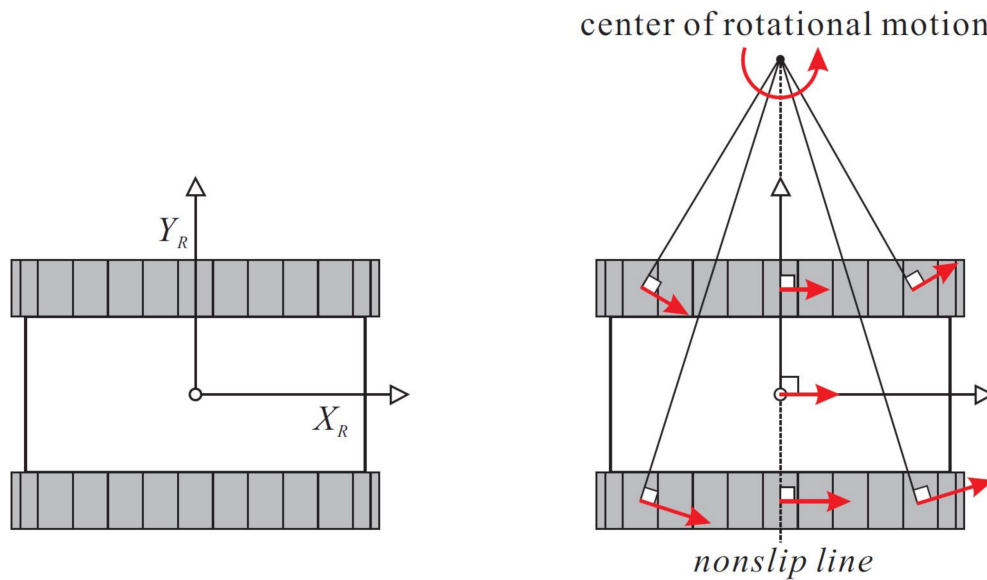
Zaprezentowana w pracy [8] metoda sterowania ruchem robota gąsienicowego wykorzystuje model wirtualnego robota kołowego z napędem różnicowym. Chwilowy ruch rzeczywistego robota gąsienicowego z poślizgiem o konfiguracji q można potraktować jako ruch robota kołowego z niezależnymi napędami kół o innej konfiguracji \tilde{q} . Metoda wykorzystuje położenie punktu chwilowego środka obrotu pojazdu w celu ustalenia różnicy między konfiguracją rzeczywistego robota gąsienicowego a wirtualnego robota kołowego. Posiadając model ruchu robota wirtualnego, możliwa jest generacja jego wirtualnej trajektorii i referencyjnych sygnałów sterowania dla rzeczywistego robota.

Przy tworzeniu kinematycznego modelu dla robota kołowego bez poślizgu, w postaci (2.1), typowo wprowadza się dwa założenia:

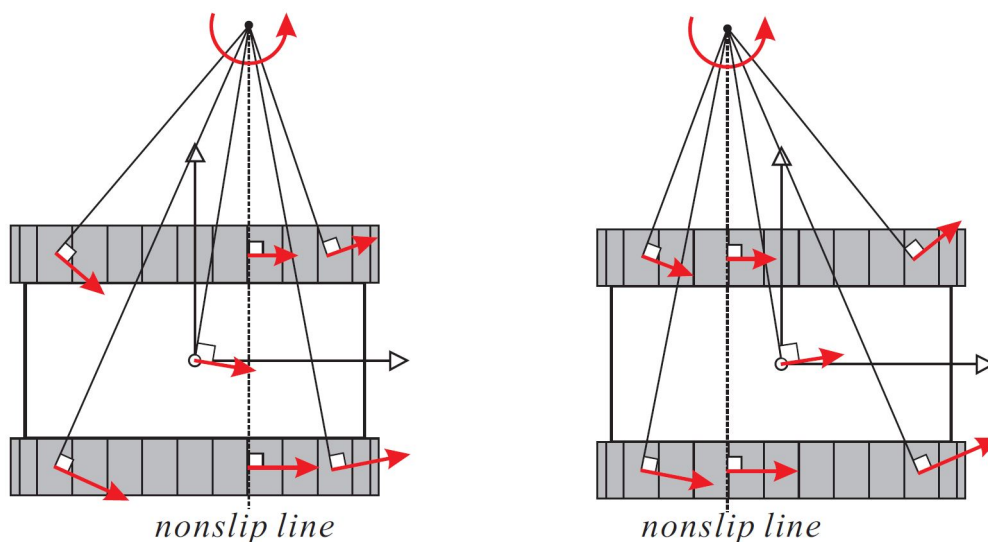
- każde koło posiada kontakt punktowy z powierzchnią roboczą,
- nie występuje zjawisko poślizgu

Sytuacja taka została przedstawiona na rysunku 2.1. Załóżmy ponownie, że robot porusza się po płaszczyźnie skręcając w lewo, z wypadkową prędkością liniową V_O oraz z prędkością kątową ω , rotując wokół swojego punktu chwilowego środka obrotu. Prędkości V_O i ω są opisane w lokalnym układzie współrzędnych robota $X_R O Y_R$, V_l i V_r to prędkości jego kół, a T to ich rozstaw.

Jak wspomniano wcześniej, spełnienie założenia kontaktu punktowego dla robota gąsienicowego jest praktycznie niemożliwe do wykonania. Możliwe jest jednak znalezienie na gąsienicach robota takich punktów, w których zjawisko poślizgu nie występuje, oraz jak opisano to w podrozdziale 2.1, siły tarcia poprzecznego się w nich równoważą. Jak przedstawiono na rysunku 2.5, jeśli siły te równoważą się na środku gąsienic, zachowanie robota gąsienicowego jest bardzo zbliżone do zachowania robota kołowego i linia braku poślizgu, przedstawiona na rysunku jako linia przerywana pomiędzy punktami gąsienic dla których nie zachodzi zjawisko poślizgu poprzecznego, przechodzi przez środek robota gąsienicowego. W przypadku, gdy siły tarcia poprzecznego nie równoważą się na środkach gąsienic, opis ruchu środka robota gąsienicowego odbiega od opisu ruchu środka robota kołowego. Rysunek 2.6 przedstawia ruch robota gdy, patrząc od lewej, siły tarcia równoważą się na przedniej części gąsienicy, oraz gdy równoważą się w tylnej części gąsienicy.



Rysunek 2.5: Robot gąsienicowy którego środek porusza się bez poślizgu [8]

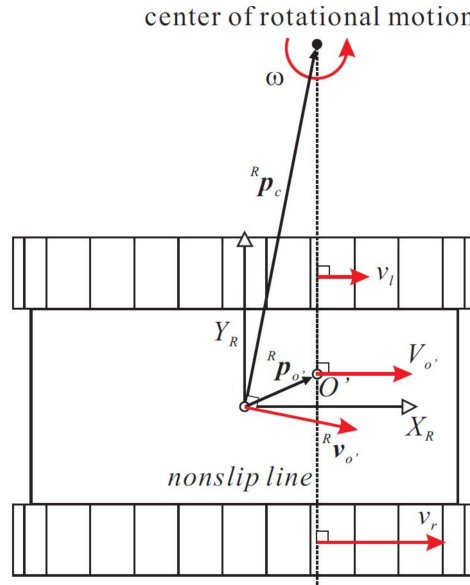


Rysunek 2.6: Robot gąsienicowy którego środek przemieszcza się z poślizgiem [8]

Nawiązując do podrozdziału 2.1 opisującego uproszczoną dynamikę robota gąsienicowego, dodatnia wartość parametru α odpowiada przesunięciu linii braku poślizgu na przednią część gąsienicy, zaś ujemna odpowiada jej przesunięciu na tylną część gąsienicy.

Z ograniczeń kinematycznych można wywnioskować, że nawet w przypadku braku występowania poślizgu dla środka robota, przedstawionym na rysunku 2.5, punkty gąsienicy nie leżące na osi Y_R posiadają prędkości, które nie są równoległe do osi X_R . Oznacza to, że gąsienica robota podczas skrętu musi zawierać punkty które się ślizgają. W efekcie ruch robota gąsienicowego nie spełnia typowych ograniczeń nakładanych na ruch robota kołowego. Tak jak w podrozdziałach 2.1 i 2.2.1 weźmy pod uwagę przypadek, w którym to linia braku poślizgu jest przesunięta w kierunku przodu robota i robot przemieszcza się po płaszczyźnie w przód, skręcając w lewo. Taka sytuacja została ukazana na rysunku 2.7.

Wszystkie wektory zostały opisane w lokalnym układzie współrzędnych robota ($X_R O Y_R$). ${}^R P_c = [{}^R x_c, {}^R y_c]^T$ to położenie punktu ICR robota, a ${}^R V_O = [{}^R V_{ox}, {}^R V_{oy}]^T$ to wektor pręd-



Rysunek 2.7: Analizowany przypadek ruchu robota [8]

kości őrodka robota gašienicowego. Wartości współrzędnych chwilowego őrodka obrotu wynoszą

$$\begin{cases} R x_c = -\frac{R V_{oy}}{\omega} \\ R y_c = \frac{R V_{ox}}{\omega} \end{cases} \quad (2.16)$$

Punkt O' leży na linii braku poślizgu i został uzyskany z ograniczeń kinematycznych robota kołowego [8]. Posiada on następującą własność: Opisując położenie punktu O' jako ${}^R P_{O'} = [{}^R x_{O'}, {}^R y_{O'}]^T$, a jego prędkość jako ${}^R V_{O'} = [V_{O'}, 0]^T$, doprowadzamy do sytuacji w której spełnione są ograniczenia kinematyczne

$$\begin{cases} R x_{O'} = R x_c \\ R y_{O'} \omega V_{O'} = (R y_{O'} - R y_c) \omega \end{cases} \quad (2.17)$$

Możliwe jest wyprowadzanie modelu kinematycznego wirtualnego robota kołowego, przedstawionego na rysunku 2.8, o őrodku w punkcie O' i odległości między wirtualnymi kołami T' . Zapiszmy prędkość liniową i kątową wirtualnego robota kołowego w postaci

$$\begin{bmatrix} V_{O'} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2T'} & -\frac{1}{2T'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ V_R \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

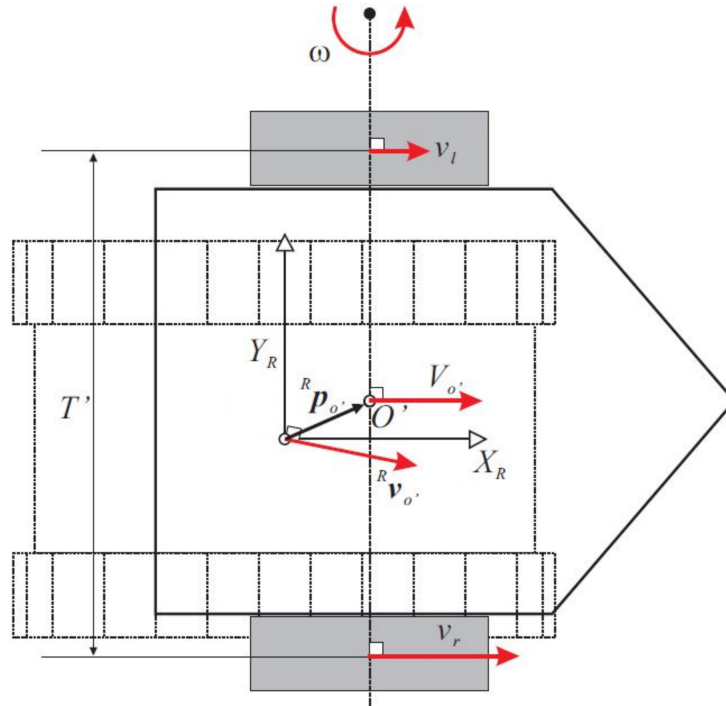
Z równań (2.17) i (2.18), otrzymujemy położenie őrodka wirtualnego robota ${}^R P_{O'}$ i wartość T'

$$\begin{cases} R x_{O'} = -\frac{R V_{oy}}{\omega} \\ R y_{O'} = \frac{V_R + V_L - 2R V_{ox}}{2\omega} \\ T' = \frac{V_R - V_L}{\omega} \end{cases} \quad (2.19)$$

Wartość prędkości $V_{O'}$ można zapisać jako

$$V_{O'} = R y_{O'} \omega + \sqrt{|{}^R V_O|^2 - (R x_{O'} \omega)^2} \quad (2.20)$$

Po wyprowadzeniu powyższego modelu, ruch robota gašienicowego można traktować jako ruch kołowego robota wirtualnego o őrodku w punkcie O' i odległością między őródkami



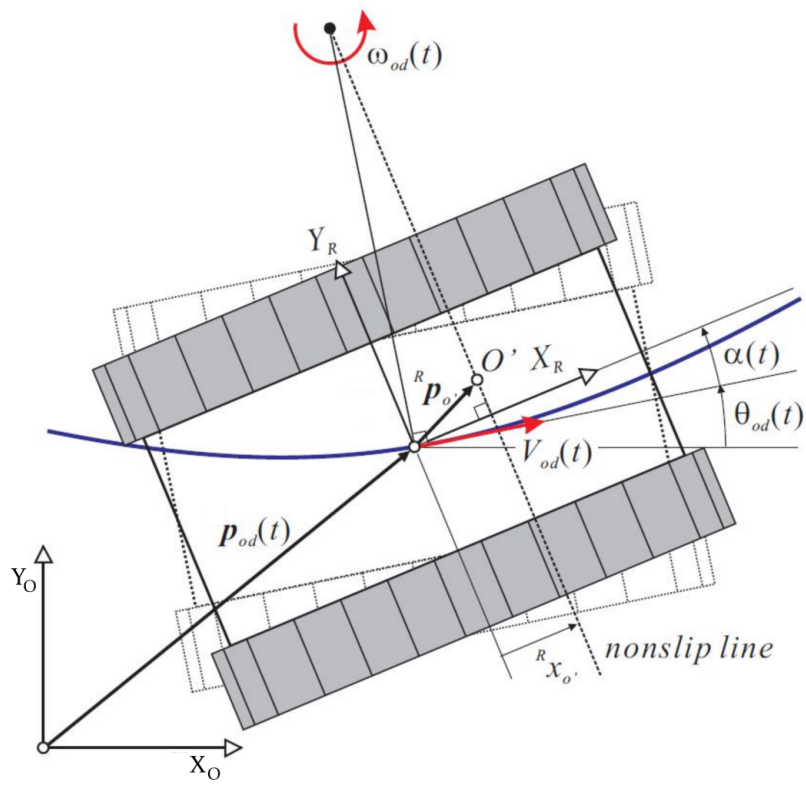
Rysunek 2.8: Wirtualny robot kołowy [8]

kół równą T' .

Założmy że trajektoria, którą robot gaśienicowy ma podążać jest opisywana w każdej chwili jako zestaw konfiguracja robota q , jego prędkość liniowa i jego prędkość kątową, co zapisać można jako $(x_{od}, y_{od}, \theta_{od}, V_{od}, \omega_{od})$. Znając położenie środka wirtualnego robota kołowego, możliwe jest wykonanie korekty trajektorii robota gaśienicowego, aby robot gaśienicowy poruszał się zgodnie z trajektorią zadaną mimo występowania poślizgów. Skorygowaną trajektorię robota przedstawiono na rysunku 2.9. Wektor $P_{od} = (x_{od}, y_{od})$ jest częścią trajektorii i oznacza pożądane położenie robota w globalnym układzie współrzędnych w chwili t . Wektor ${}^R P_{O'} = ({}^R x_{O'}, {}^R y_{O'})$ to przesunięcie środka wirtualnego robota kołowego od środka lokalnego układu współrzędnych wyznaczanego przez położenie środka rzeczywistego robota gaśienicowego opisywanego przez pożądaną trajektorię – (x_{od}, y_{od}) . Autorzy pracy [8] wprowadzają korektę trajektorii robota gaśienicowego w postaci kąta α

$$\alpha = \arcsin \frac{{}^R x_{O'} \omega_{od}}{V_{od}}. \quad (2.21)$$

Ostatecznie, zmodyfikowana trajektoria jaką powinien poruszać się robot gaśienicowy uzyskana jest poprzez dodanie kąta korekty α do wyznaczonej przez pożądaną trajektorię orientacji robota θ_{od} , otrzymując trajektorię zapisaną jako $(x_{od}, y_{od}, \theta_{od} + \alpha, V_{od}, \omega_{od})$. W celu poprawnego obliczania korekty orientacji robota, potrzebna jest znajomość położenia wirtualnego robota (2.19). Algorytm identyfikacji konfiguracji wirtualnego robota został opisany w kolejnym rozdziale pracy.



Rysunek 2.9: Skorygowana trajektoria robota [8]

Rozdział 3

Identyfikacja parametrów modeli kinematycznych

Opisane w poprzednim rozdziale modele kinematyczne robota gaśnicowego uwzględniają zjawiska wpływające na jego zachowanie w trakcie ruchu za pośrednictwem wprowadzanych w nich parametrów. Znajomość wartości tych parametrów umożliwi dokładniejsze przewidywanie zachowań robota gaśnicowego, a także zastosowanie algorytmów używanych do sterowania robotami kołowymi. Trudność polega na tym, że ich wartości w trakcie ruchu robota zazwyczaj nie są znane i stale ulegają zmianie wraz ze zmieniającymi się warunkami podłoża, po którym przemieszcza się robot. Efektywną metodą ustalania wartości parametrów przedstawionych modeli kinematycznych może stanowić ich estymacja i wykorzystanie metod sterowania adaptacyjnego. W niniejszym rozdziale przedstawimy jedną z metod estymacji, którą można zastosować do estymacji parametrów każdego z opisanych w rozdziale 2 modeli kinematycznych.

3.1 Rozszerzony filtr Kalmana

Filtr Kalmana (KF) na podstawie zakłóconych pomiarów wyznacza optymalne oszacowanie stanu dla układów liniowych i niezmiennych w czasie [6]. Najczęściej przyjmuje się, że zakłócenia to zmienne losowe rozkładu normalnego o wariancji określonej przez dokładność czujników lub metody wykonywania pomiaru. Rozszerzony filtr Kalmana (nazywany skrótowo EKF z ang. *extended Kalman filter*) jest nieliniową wersją liniowego filtra Kalmana i jest dobrze udokumentowanym narzędziem, wykorzystywanym w wielu systemach o znanych modelach zachowań, takich jak systemy nawigacji i GPS [14].

Opis działania EKF rozpoczniemy od przedstawienia jego liniowej wersji [6]. Załóżmy że posiadamy liniowy, dyskretny system opisany równaniem

$$\begin{cases} q_k = Aq_{k-1} + Bu_{k-1} + v_{k-1} \\ y_{k-1} = Cq_{k-1} + w_{k-1} \end{cases}, \quad (3.1)$$

gdzie q to wektor opisujący stan systemu, y to jego wyjście, u jest wejściem systemu, zaś v_k i w_k to odpowiednio szum obserwowanego procesu i szum pomiaru. A jest macierzą stanu, B macierzą wejść a C macierzą wyjść. Standardowo przyjmuje się, że wartości zakłóceń to zmienne losowe o rozkładach normalnych, odpowiednio $\mathcal{N}(0, V_k)$ dla procesu i $\mathcal{N}(0, W_k)$ dla obserwacji, gdzie W_k i V_k są macierzami kowariancji. System opisany jest w postaci dyskretniej, więc czas jest zastępowany numerem próbki k (chwila k).

Zadaniem filtru Kalmana jest jak najdokładniejsza predykcja przyszłego stanu systemu. Tak więc pierwszym krokiem pracy filtru Kalmana jest krok predykcyjny, w którym to stan przewidywany jest wedle formuły

$$\begin{cases} \hat{q}_{k|k-1} = A\hat{q}_{k-1|k-1} + Bu_{k-1} \\ P_{k|k-1} = AP_{k-1|k-1}A^T + V \end{cases}, \quad (3.2)$$

gdzie $\hat{q}_{k|k-1}$ to ocena stanu przed pomiarem (a priori), $\hat{q}_{k-1|k-1}$ to poprzedni wynik pracy filtru, $P_{k|k-1}$ to macierz kowariancji błędu predykcji, $P_{k-1|k-1}$ jest macierzą kowariancji błędu filtracji z poprzedniego kroku, a V to wprowadzona wcześniej macierz kowariancji szumu procesowego.

Następnie filtr Kalmana wykonuje swoją funkcję filtracyjną, w ramach której to wykorzystuje informację o aktualnym stanie systemu otrzymaną z obserwacji i porównuje go z przewidywanym, aktualizując swoje parametry. Krok ten można zapisać w postaci

$$\begin{cases} K = P_{k|k-1}C^T (CP_{k|k-1}C^T + R)^{-1} \\ \hat{q}_{k|k} = \hat{q}_{k|k-1} + K(y_k - C\hat{q}_{k|k-1}) \\ P_{k|k} = (I - KC)P_{k|k-1} \end{cases}, \quad (3.3)$$

gdzie K to wzmocnienie filtru Kalmana, R jest macierzą kowariancji szumu pomiarowego. $P_{k|k}$ jest macierzą kowariancji błędu filtracji, która zostanie wykorzystana przy przewidywaniu stanu systemu a priori dla następnej iteracji filtru, zaś $\hat{q}_{k|k}$ to wynik pracy filtru Kalmana, czyli przewidywany stan systemu będący estymatą stanu po pomiarze (a posteriori). Wzmocnienie filtru K , zależne od W decyduje o tym, w jaki sposób informacja pochodząca z pomiarów wpływać ma na korekcję estymaty stanu. Dla dużej wartości K (małego zakłócenia stanu w W) pomiary będą miały istotny wpływ na wartość $\hat{q}_{k|k}$. Macierz I to macierz jednostkowa o wymiarze równym wymiarowi wektora stanu q .

W większości rzeczywistych rozwiązań nie jest możliwe zapewnienie liniowości i niezmienności systemu, dlatego wykorzystywany jest w nich rozszerzony filtr Kalmana, który pozwala na predykcję stanu systemów nieliniowych. W przeciwieństwie do KF, rozszerzony filtr Kalmana nie zapewnia optymalności. Załóżmy, że model systemu którego stan chcemy przewidywać, ma nieliniową postać

$$\begin{cases} q_k = f(q_{k-1}, u_{k-1}) + v_k \\ y_k = h(q_{k-1}) + w_k \end{cases}, \quad (3.4)$$

gdzie f i h są nieliniowymi funkcjami opisującymi odpowiednio stan systemu q_k i obserwacje y_k . Rozszerzony filtr Kalmana wykorzystuje metodę aproksymacji liniowej wokół przyjętego punktu pracy (q^*, u^*), będącego aktualnym stanem i sygnałem sterowania systemu. W celu jej wykonania, należy wyznaczyć pochodne cząstkowe funkcji f i h z nieliniowego modelu systemu

$$\begin{cases} A = \frac{\delta f}{\delta q} \Big|_{q=q^*, u=u^*} \\ B = \frac{\delta f}{\delta u} \Big|_{q=q^*, u=u^*} \\ C = \frac{\delta h}{\delta q} \Big|_{q=q^*, u=u^*} \end{cases}, \quad (3.5)$$

Macierze te są wyliczane dla każdej kolejnej próbki k , gdyż punkt pracy ulega zmianie wraz ze zmianą stanu systemu. Krok predykcji filtru jest opisany formułą

$$\begin{cases} \hat{q}_{k|k-1} = f(\hat{q}_{k-1|k-1}, u_{k-1}) \\ P_{k|k-1} = A_{k-1|k-1}P_{k-1|k-1}A_{k-1|k-1}^T + V \end{cases}, \quad (3.6)$$

zaś krok filtracji

$$\begin{cases} \varepsilon_k = y_k - h(\hat{q}_{k|k-1}) \\ S_k = C_{k|k-1} P_{k|k-1} C_{k|k-1}^T + W_k \\ K_k = P_{k|k-1} C_{k|k-1}^T S_k^{-1} \\ \hat{q}_{k|k} = \hat{q}_{k|k-1} + K_k \varepsilon_k \\ P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k S_k K_k^T \end{cases} . \quad (3.7)$$

ε_k to błąd predykcji obliczany jako różnica wartości zmierzonych, y_k , i przewidywanych, $h(\hat{q}_{k|k-1})$ obliczonych na podstawie przewidywanego a priori stanu systemu. Ponieważ ostatnia formuła w równaniu (3.7) nie zapewnia zachowania dodatniej określoności macierzy $P_{k|k}$, dlatego zwykle stosuje się w jej miejsce formułę Josepha [12]

$$\left\{ P_{k|k} = (I - K_k C_{k|k-1}) P_{k|k-1} (I - K_k C_{k|k-1})^T - K_k R_k K_k^T \right. , \quad (3.8)$$

która polepsza stabilność numeryczną algorytmu.

3.1.1 Estymacja parametrów poślizgu

Przyjmijmy, że nieznanymi parametrami poślizgu są wprowadzone w podrozdziale 2.1 parametry α , s_L i s_R . Wykorzystując nieliniowy model kinematyczny robota gąsienicowego i pomiary pozycji robota, możliwa jest identyfikacja parametrów ślizgu z użyciem rozszerzonego filtra Kalmana. Przyjmijmy wektor

$$q_e = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ s_L \\ s_R \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

jako stan systemu dla EKF. Jeśli za model robota przyjmijmy model opisany równaniem (2.9), wtedy nieliniowe równania opisujące stan systemu w czasie przyjmą postać

$$q_e(t) = \begin{cases} x_{t_0} + \int_{t_0}^t \cos(\theta(\tau))^R \dot{x}(\tau) - \sin(\theta(\tau))^R \dot{y}(\tau) d\tau + v_x(t) \\ y_{t_0} + \int_{t_0}^t \sin(\theta(\tau))^R \dot{x}(\tau) + \cos(\theta(\tau))^R \dot{y}(\tau) d\tau + v_y(t) \\ \theta_0 + \int_{t_0}^t \omega(\tau) d\tau + v_\theta(t) \\ s_L(t) + v_{s_L}(t) \\ s_R(t) + v_{s_R}(t) \\ \alpha(t) + v_\alpha(t) \end{cases} , \quad (3.10)$$

gdzie $v(t) = (v_x(t), v_y(t), v_\theta(t), v_{s_L}(t), v_{s_R}(t), v_\alpha(t))^T$ to szum procesowy, a $x_{t_0}, y_{t_0}, \theta_{t_0}$ to pozycja robota w chwili t_0 . W postaci dyskretnej, powyższe równania można zapisać jako

$$q_k = f(q_{k-1}, u_{k-1}) = \begin{cases} x_{k-1} + \Delta t (\cos(\theta_{k-1})^R \dot{x}_{k-1} - \sin(\theta_{k-1})^R \dot{y}_{k-1}) + v_{x_k} \\ y_{k-1} + \Delta t (\sin(\theta_{k-1})^R \dot{x}_{k-1} + \cos(\theta_{k-1})^R \dot{y}_{k-1}) + v_{y_k} \\ \theta_{k-1} + \Delta t \omega_{k-1} + v_{\theta_k} \\ s_{L_k} + v_{s_{Lk}} \\ s_{R_k} + v_{s_{Rk}} \\ \alpha_k + v_{\alpha_k} \end{cases} , \quad (3.11)$$

gdzie Δt to krok całkowania. Jak opisano we wcześniejszym rozdziale, zadaniem trudnym jest dokonanie bezpośredniego pomiaru wartości parametrów α , s_L i s_R . Możemy natomiast dokonywać pomiarów położenia i orientacji robota i wykorzystać je do estymacji rzeczywistych wartości parametrów poślizgu w trakcie ruchu robota. Funkcja obserwacji przyjmuje więc postać

$$y(t) = h(q(t)) + w(t) = \begin{cases} x(t) + w_x(t) \\ y(t) + w_y(t) \\ \theta(t) + w_\theta(t) \end{cases}, \quad (3.12)$$

gdzie $w_x(t)$, $w_y(t)$, $w_\theta(t)$ to zakłócenia wynikające z niedoskonałości urządzeń pomiarowych. Posiadając funkcję przewidującą pozycję robota i pomiar jego aktualnej pozycji co pewien okres Δt , zdefiniujemy błąd predykcji filtra jako

$$\varepsilon_k = y_k - h(\hat{q}_{k|k-1}) = \begin{cases} (x_k + w_{x_k}) - \hat{x}_{k|k-1} \\ (y_k + w_{y_k}) - \hat{y}_{k|k-1} \\ (\theta_k + w_{\theta_k}) - \hat{\theta}_{k|k-1} \end{cases}. \quad (3.13)$$

Obliczając jacobian funkcji f i h zgodnie z równaniami (3.5), uzyskujemy komplet formuł dla rozszerzonego filtra Kalmana.

3.1.2 Estymacja położenia chwilowych środków obrotu

Położenie chwilowych środków obrotu robota powinny odzwierciedlać jego zachowanie w trakcie ruchu również w warunkach poślizgu. Wydaje się, że wygodną metodą identyfikacji współrzędnych chwilowych środków obrotu jest wyprowadzenie funkcji przewidującej położenie robota z modelu kinematyki opisanego równaniami (2.15) i przyjmując jako wektor stanu systemu współrzędne chwilowych środków obrotu w lokalnym układzie współrzędnych robota, czyli $q_{ICR} = (y_l, y_r, x_c)^T$. Niestety równania te nie są odpowiednio uwarunkowane do zastosowania rozszerzonego filtra Kalmana. Przykładowo, filtr może utrzymać stały błąd zachowując proporcje z warunków początkowych $\frac{y_l}{y_r}$, nigdy nie zbiegając w kierunku prawdziwych wartości tych parametrów. Ponadto, możliwa jest sytuacja w której filtr utraci stabilność, gdy mianownik $y_l - y_r$ zbiega do 0.

W celu zastosowania EKF należy zmodyfikować model (2.15) zgodnie z tym co następuje. Zapiszmy wartości współrzędnych chwilowych środków obrotu robota w jego lokalnym układzie współrzędnych jako pewne stałe zakłócone szumem [3]

$$\begin{cases} {}^R y_l = \frac{B}{2} + q_1 |(V_L - V_R)(V_L + V_R)| + q_2 \left| \frac{(V_L - V_R)}{(V_L + V_R)} \right| \\ {}^R y_r = -\frac{B}{2} + q_3 |(V_L - V_R)(V_L + V_R)| + q_4 \left| \frac{(V_L - V_R)}{(V_L + V_R)} \right| \\ {}^R x_c = q_5 |(V_L - V_R)(V_L + V_R)| + q_6 \left| \frac{(V_L - V_R)}{(V_L + V_R)} \right| \end{cases}, \quad (3.14)$$

gdzie $q_N = [q_{N_1}, q_{N_2}, q_{N_3}, q_{N_4}, q_{N_5}, q_{N_6}]^T$ jest nowym wektorem stanu systemu złożonym z N parametrów modelujących zakłócenie położenia chwilowych środków obrotu robota, B to rozstaw gąsienic. Iloczyn prędkości gąsienic oznacza przyspieszenie dośrodkowe, a iloraz krzywiznę trajektorii po której przemieszcza się robot. Zmodyfikowany w ten sposób model kinematyki robota przyjmuje postać

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{{}^R y_l(q_{N_1}, q_{N_2}) V_R - {}^R y_r(q_{N_3}, q_{N_4}) V_L}{{}^R y_l(q_{N_1}, q_{N_2}) - {}^R y_r(q_{N_3}, q_{N_4})} \\ \frac{V_L - V_R}{{}^R y_l(q_{N_1}, q_{N_2}) - {}^R y_r(q_{N_3}, q_{N_4})} {}^R x_c(q_{N_5}, q_{N_6}) \\ -\frac{V_L - V_R}{{}^R y_l(q_{N_1}, q_{N_2}) - {}^R y_r(q_{N_3}, q_{N_4})} \end{bmatrix} = f(q, q_N), \quad (3.15)$$

gdzie q to aktualna konfiguracja robota. Tym razem nasza nieliniowa funkcja f opisująca system jest jego prędkością, więc możemy zapisać położenie robota w postaci

$$q(t) = q_{t_0} + \int_{t_0}^t f(q(\tau), \dot{q}(\tau)) d\tau, \quad (3.16)$$

a w dyskretnej formie równanie przyjmie postać

$$q_k = q_{k-1} + \Delta t f(q_{k-1}, \dot{q}_{k-1}), \quad (3.17)$$

gdzie Δt to okres wykonywania pomiarów obserwowanych wartości. Zapiszmy równania predykcji filtru EKF (3.4). Równanie określające wektor stanu systemu w chwili k ma postać

$$q_k = q_{k-1} + v_k, \quad (3.18)$$

gdzie v_k to szum procesowy. W tym przypadku predykcja stanu nie jest wykonywana, a jedynie faza korekty, dlatego predykcję stanu systemu zapisujemy jako

$$\hat{q}_{k|k-1} = \hat{q}_{k-1|k-1}, \quad (3.19)$$

Obserwowalnym wyjściem systemu są zmiany konfiguracji robota, a nieliniowa funkcja f modelująca nasz system opisuje prędkość, zapiszmy równania obserwacji y_k jako pomiar różnicy w położeniu robota w okresie próbkowania Δt

$$y_k = h(q_k, \dot{q}_k) + w_k = \begin{cases} \Delta x_k + w_{x_k} \\ \Delta y_k + w_{y_k} \\ \Delta \theta_k + w_{\theta_k} \end{cases}, \quad (3.20)$$

gdzie w_k to zakłócenie towarzyszące pomiarowi. Jako błąd zdefiniujemy różnicę między rzeczywistą zmianą położenia robota w czasie Δt a przewidywaną wartością tej zmiany. Jako że funkcja f określa prędkość robota, tak więc możemy zapisać błąd jako

$$\varepsilon_k = y_k - h(q_{k-1}, \hat{q}_{k|k-1}) = y_k - f(q_{k-1}, \hat{q}_{k|k-1}). \quad (3.21)$$

Jakobian C uzyskuje się z funkcji h zgodnie z równaniami (3.5), zaś jakobian macierzy A ze względu na brak predykcji w filtrze jest macierzą jednostkową I , więc ostatecznie krok predykcyjny EKF przyjmuje postać

$$\begin{cases} \hat{q}_{k|k-1} = \hat{q}_{k-1|k-1} \\ P_{k|k-1} = P_{k-1|k-1} + V \end{cases}, \quad (3.22)$$

zaś krok korekty przebiega zgodnie z równaniami (3.7).

3.1.3 Estymacja konfiguracji wirtualnego robota kołowego

Ze względu na poślizgi wynikające z warunków powierzchni po jakiej przemieszcza się robot gaśienicowy, jego zachowanie w reakcji na sygnały sterowania może różnić się od przewidywanego i robot nie będzie realizował zadanej trajektorii. Tak jak opisano w podrozdziale 2.2.2, znając konfigurację wirtualnego robota kołowego, możliwe jest wyprowadzenie dla niego zmodyfikowanej trajektorii na podstawie trajektorii zadanej robotowi gaśienicowemu. Jeżeli środek robota wirtualnego będzie realizował swoją zmodyfikowaną trajektorię, rzeczywisty robot gaśienicowy powinien przemieszczać się zgodnie z trajektorią zadaną.

Przesunięcie środka wirtualnego robota kołowego względem środka rzeczywistego robota zmienia się wraz z zmieniającymi się warunkami powierzchni, po której odbywa się ruch. Model opisujący położenie środka wirtualnego robota wyrażony jest równaniami (2.19), które nie zapewniają ciągłości. Przykładowo, gdy robot gaśienicowy zmienia kierunek rotacji, środek wirtualnego robota przemieszcza się z $-\infty$ do $+\infty$ lub z $+\infty$ do $-\infty$ w zależności od kierunku zmiany. W pracy [8] zaproponowano metodę przekształcenia równań modelu (2.19), która zapewnić ma ciągłość reprezentacji położenia wirtualnego środka robota. Załóżmy, że dwie płaszczyzny stykają się ze sferą jednostkową, tak jak przedstawiono to na rysunku 3.1. Dolna płaszczyzna odpowiada rotacji zgodnie z ruchem wskazówek zegara (rotacja w lewo), a górna płaszczyzna rotacji w kierunku przeciwnej do niego (rotacja w prawo). Punkty styku płaszczyzn i sfery odpowiadają położeniu środka rzeczywistego robota gaśienicowego. Ze sferą związany jest lokalny układ współrzędnych $(X_S Y_S Z_S)$, o początku w jej środku. Oś X_S jest zrównana z osią X_R lokalnego układu współrzędnych robota na górnej płaszczyźnie, a oś Z_S prostopadła do niej zgodnie z linią pionową łączącą środek sfery i środek robota gaśienicowego na górnej płaszczyźnie. Niech punkt P_S oznacza punkt przecięcia sfery jednostkowej i linii łączącej jej środek z położeniem środka wirtualnego robota kołowego ${}^R P_{O'} = ({}^R x_{O'}, {}^R y_{O'})$. Współrzędne punktu $P_S = (S_x, S_y, S_z)$ opisane są równaniami

$$\begin{cases} S_x = \frac{{}^R V_{oy}}{l} \\ S_y = \frac{V_R + V_L - 2{}^R V_{ox}}{l} \\ S_z = \frac{\omega}{l} \end{cases}, \quad (3.23)$$

gdzie ${}^R V_{ox}$ i ${}^R V_{oy}$ to składowe prędkości robota gaśienicowego w jego lokalnym układzie współrzędnych, ω to jego prędkość kątowna, a wartość l opisana jest równaniem

$$l = \sqrt{(V_R + V_L - 2{}^R V_{ox})^2 + {}^R V_{oy}^2 + \omega^2}. \quad (3.24)$$

Możemy wyrazić położenie środka wirtualnego robota kołowego z użyciem współrzędnych punktu P_S , w postaci

$$\begin{cases} {}^R x_{O'} = \frac{S_x}{S_z} \\ {}^R y_{O'} = \frac{S_y}{S_z} \end{cases}. \quad (3.25)$$

Następnie zapiszmy punkt P_S we współrzędnych sferycznych $[\beta, \gamma]$ i promieniu wodzącym $r = 1$,

$$\begin{cases} S_x = \sin \gamma \cos \beta \\ S_y = \sin \gamma \sin \beta \\ S_z = \cos \gamma \end{cases}, \quad (3.26)$$

gdzie kąt β jest miarą kąta między rzutem prostokątnym wektora P_S na płaszczyznę $X_S Y_S$ a dodatnią półosią X_S , a kąt γ jest miarą kąta między wektorem P_S a dodatnią półosią Z_S . Tym sposobem uzyskujemy ciągłość reprezentacji położenia środka wirtualnego robota. Po przeprowadzonych wstępnych testach rozszerzonego filtru Kalmana z wektorami parametrów $[\beta, \gamma]$ i $[S_x, S_y, S_z]$, w niniejszej pracy zdecydowano się na estymację parametrów $S_x, S_y,$ i S_z , gdyż EKF zdaje się estymować je dokładniej niż parametry opisane we współrzędnych sferycznych.

W pracy [8] zaproponowano, aby wartości parametrów S_x, S_y i S_z estymować z wykorzystaniem modelu autoregresji AR. W niniejszej pracy w celu ich estymacji postanowiono

zastosować rozszerzony filtr Kalmana. Niech wektor $q_s = [{}^R V_{ox}, {}^R V_{oy}, \omega, S_x, S_y, S_z]$ opisuje stan systemu. Z równań (3.23) i (3.26) możemy wyprowadzić równania na wartości prędkości robota gaśienicowego w jego lokalnym układzie współrzędnych

$$\begin{cases} {}^R V_{ox} = \frac{-S_y l}{2} + \frac{V_R + V_L}{2} \\ {}^R V_{oy} = S_x l \\ \omega = S_z l \end{cases} . \quad (3.27)$$

Możemy zapisać model naszego systemu w postaci nieliniowej, dyskretnej funkcji jako

$$q_{s_k} = f(q_{s_{k-1}}, u_{k-1}) + v_k = \begin{cases} \Delta t {}^R V_{ox_{k-1}} + v_{V_{ox_k}} \\ \Delta t {}^R V_{oy_{k-1}} + v_{V_{oy_k}} \\ \Delta t \omega_{k-1} + v_{\omega_k} \\ S_{x_k} + v_{S_{x_k}} \\ S_{y_k} + v_{S_{y_k}} \\ S_{z_k} + v_{S_{z_k}} \end{cases} , \quad (3.28)$$

gdzie $v_k = [v_{V_{ox_k}}, v_{V_{oy_k}}, v_{\omega_k}, v_{S_{x_k}}, v_{S_{y_k}}, v_{S_{z_k}}]^T$ to wektor szumu procesowego w chwili k , a Δt to okres próbkowania. Predykcja stanu systemu przyjmuje postać

$$\hat{q}_{k|k-1} = f(\hat{q}_{k-1|k-1}, u_{k-1}). \quad (3.29)$$

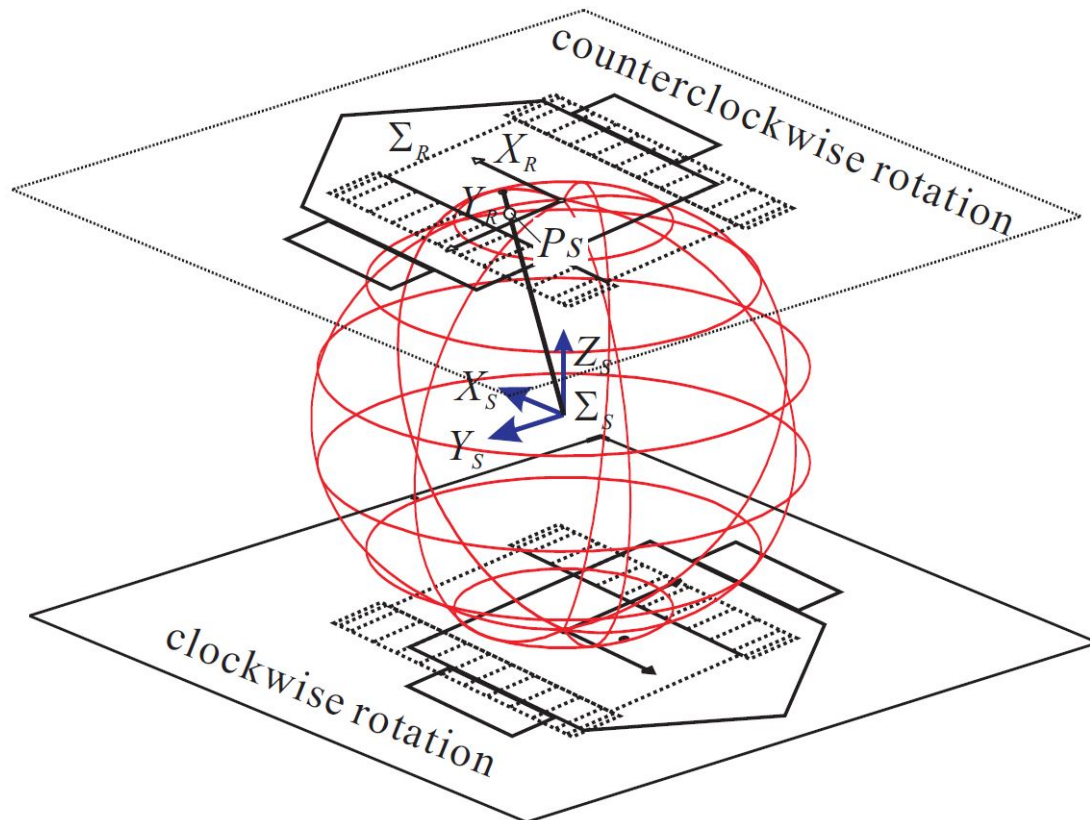
Założmy, że możemy mierzyć wartości prędkości robota, wtedy funkcja obserwacji systemu przyjmuje postać

$$y_k = \begin{cases} {}^R V_{ox_k} + w_{V_{ox_k}} \\ {}^R V_{oy_k} + w_{V_{oy_k}} \\ \omega_k + w_{\omega_k} \end{cases} , \quad (3.30)$$

gdzie ${}^R V_{ox_k}$, ${}^R V_{oy_k}$ i ω_k to rzeczywiste wartości prędkości w chwili k , a $w_{V_{ox_k}}$, $w_{V_{oy_k}}$ i w_{ω_k} to zakłócenia pomiaru. Błąd predykcji opisany jest równaniem

$$\varepsilon_k = y_k - h(\hat{q}_{k|k-1}) = \begin{cases} ({}^R V_{ox_k} + w_{V_{ox_k}}) - R \hat{V}_{ox_k|k-1} \\ ({}^R V_{oy_k} + w_{V_{oy_k}}) - R \hat{V}_{oy_k|k-1} \\ (\omega_k + w_{\omega_k}) - \hat{\omega}_{k|k-1} \end{cases} . \quad (3.31)$$

Obliczając jacobian funkcji f i h zgodnie z równaniami (3.5), otrzymujemy rozszerzony filtr Kalmana opisany równaniami (3.6) i (3.7).



Rysunek 3.1: Sfera jednostkowa wraz z dwiema płaszczyznami na których może znajdować się położenie wirtualnego środka robota wirtualnego, w zależności od kierunku rotacji [8]

Rozdział 4

Badania symulacyjne

Na potrzeby badań, przedstawione w rozdziale 2 parametryczne modele kinematyczne robotów gąsienicowych, oraz metody estymacji ich parametrów z użyciem rozszerzonego filtru Kalmana, opisanymi w rozdziale 3, zostały zaimplementowane w środowisku Matlab [9]. W podrozdziale 4.1, sprawdzono poprawność opisu ruchu robota przez zaimplementowane modele kinematyczne w warunkach poślizgu, natomiast w podrozdziale 4.2 starano się ocenić jakość estymacji ich parametrów.

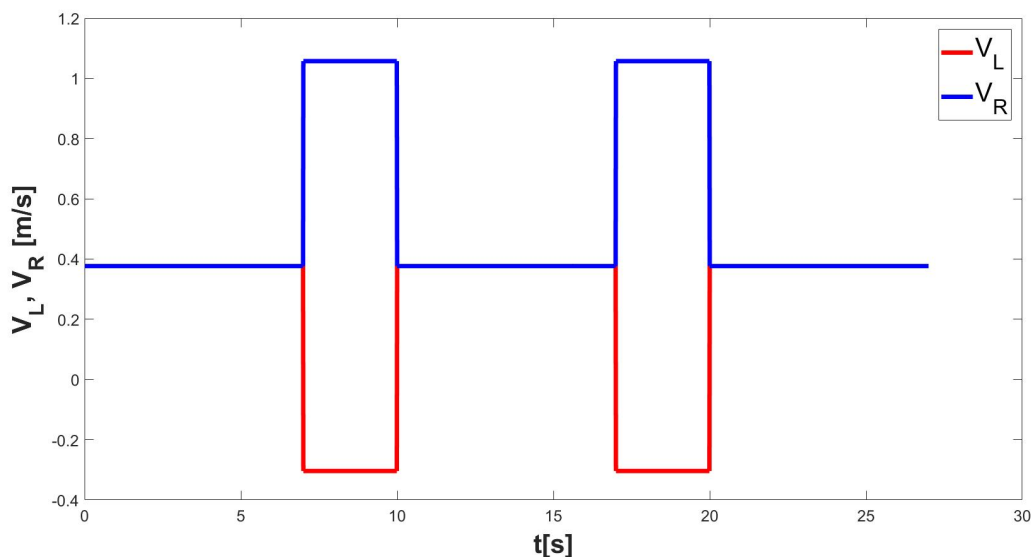
4.1 Zachowanie modeli robotów gąsienicowych

W podrozdziale porównamy zachowanie przedstawionych w rozdziale 2 modeli robotów gąsienicowych: modelu kinematyki robota gąsienicowego z parametrami poślizgu, nazywanego dalej MPP (podrozdział 2.1), modelu kinematyki opartego na chwilowych środkach obrotu – MICR (podrozdział 2.2.1), oraz modelu wirtualnego robota kołowego obliczanego na podstawie chwilowego środka obrotu – MVIR (podrozdział 2.2.2).

W trakcie badań dokonano szeregu symulacji, w ramach których na wejście modeli zadawano sterowanie mające przeprowadzić robota po znanej ścieżce: linii prostej, okręgu i w kształcie litery U. Symulacje wykonywane były z wykorzystaniem całkowania ze stałym krokiem, a sygnałami sterowania dla modeli były prędkości ich gąsienic, V_L i V_R . Przy zadanych sterowaniach jako nominalny przebieg ścieżki przyjęto ścieżkę wygenerowaną przez model robota dwukołowego bez poślizgów, opisanego równaniem (2.1). Do symulowania rzeczywistego zachowania robota wykorzystywany jest model MPP z podrozdziału 2.1, w którym to parametry poślizgu gąsienic S_L , S_R i kąt poślizgu robota α modelują warunki powierzchni, po której przemieszcza się robot. Wyjście modelu MPP, a dokładniej uzyskane prędkości liniowe \dot{x} i \dot{y} , oraz prędkość kątowa $\dot{\theta}$, jest wykorzystywane do obliczania położenia punktów chwilowych środków obrotu, wedle formuł (2.13) przedstawionych w podrozdziale 2.2.1. Obliczone położenia punktów chwilowych środków obrotu są następnie wykorzystywane w modelach MICR i MVIR.

Poniżej dokładnie przedstawimy zachowanie modeli dla ścieżki w kształcie litery U. Pożądana, nominalna ścieżka uzyskiwaną poprzez podanie sygnałów sterowania V_L i V_R na wejście robota kołowego bez poślizgów będzie oznaczana na wykresach jako q_{traj} . Ścieżkę wykorzystywanego do symulowania rzeczywistej odpowiedzi robota modelu kinematyki MPP oznaczymy na wykresach jako q_{MPP} . Wyjścia modeli MICR i MVIR są przedstawiane na wykresach odpowiednio jako q_{MICR} i q_{MVIR} . Przebiegi czasowe sygnałów sterowania V_L i V_R dla ścieżki w kształcie litery U przedstawiono na rysunku 4.1.

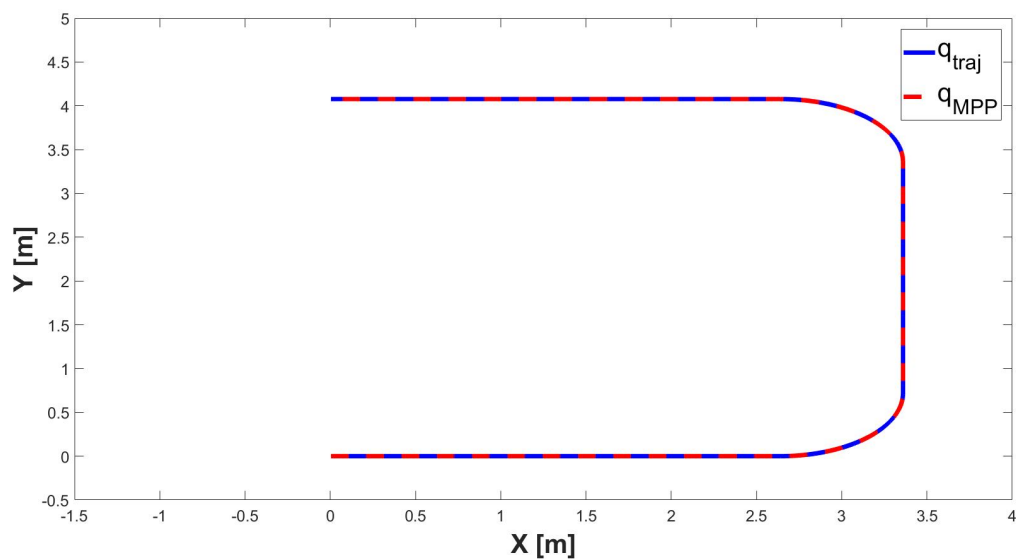
Jako pierwsze wykonano symulacje przy założeniu braku poślizgu, co oznacza, że



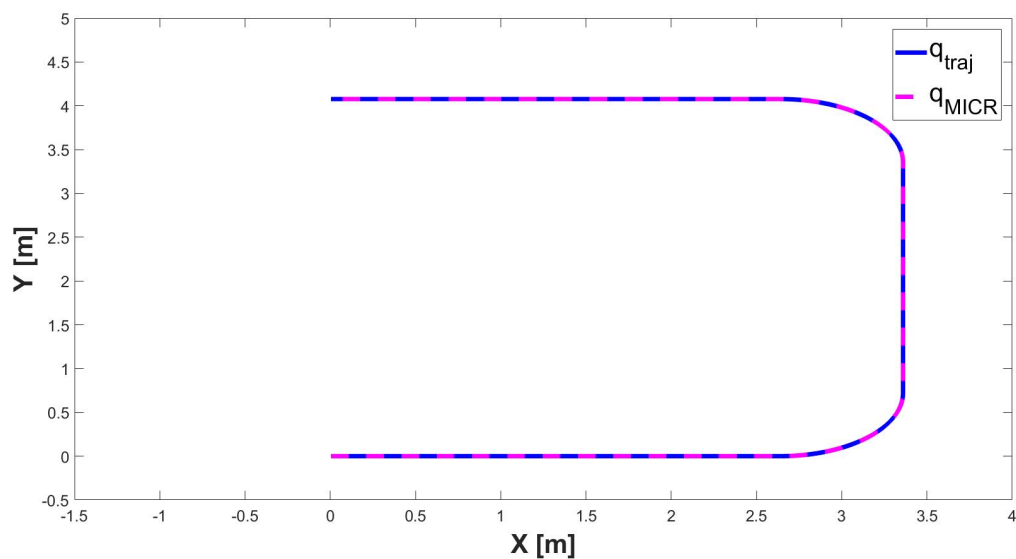
Rysunek 4.1: Sygnały sterowania, dla których robot nominalny porusza się po ścieżce U-kształtnej

wszystkie parametry poślizgu – S_L , S_R i α , są stale równe 0. Odpowiada to powierzchni o idealnej przyczepności, na której siły tarcia działające na każdy segment gąsienicy na całej jej długości mają taką samą wartość. Można zaobserwować (rysunki 4.2), że w takiej sytuacji wszystkie modele kinematyki, czyli MPP, MICR i MVIR zwróciły ten sam wynik, co nominalny model robota kołowego bez poślizgu. Otrzymane wyniki potwierdzają poprawne działanie modeli w warunkach braku poślizgu i wszystkie opisują ruch tego samego robota. Kolejna symulacja została wykonana przy wprowadzeniu poślizgów wzdłużnych gąsienic. Ślizg gąsienic modelowany jest poprzez zmianę wartości parametrów poślizgu, S_L i S_R , do ustalonej wartości 0.1. Przyjęto, że przez pierwsze 10 sekund ślizgała się tylko lewa gąsienica, następnie przez 7 sekund ślizgały się obie gąsienice, a przez ostatnie 10 sekund tylko prawa gąsienica ulegała poślizgowi. Przebiegi czasowe parametrów poślizgu przedstawiono na rysunku 4.3. Modele zwracają oczekiwane, identyczne wyniki, przedstawione na rysunkach 4.4. Pojawienie się poślizgu tylko na jednej z gąsienic, wprowadza niezamierzoną rotację robota, odpowiednio w lewo dla poślizgu lewej gąsienicy i w prawo dla prawej gąsienicy. Jeśli taki sam poślizg występuje na obu gąsienicach, prędkość liniowa robota zostaje zmniejszona proporcjonalnie do wartości parametrów poślizgu. Wskutek poślizgów ścieżka robota różni się od nominalnej.

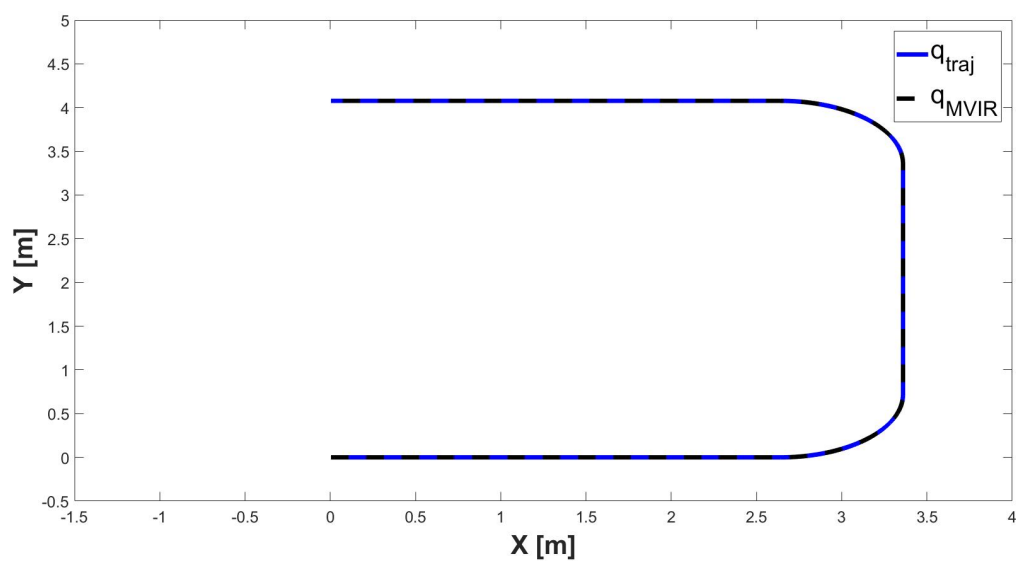
Następnie zbadano odpowiedź modeli dla stałego poślizgu wzdłużnego lewej gąsienicy, wraz z poślizgiem poprzecznym robota. Jak wspomniano w rozdziale 2.1, poślizg poprzeczny robota gąsienicowego pojawia się w trakcie jego rotacji na skutek działania sił tarcia poprzecznego i powoduje, że ruch robota posiada składową prędkości ${}^R\dot{y}$ lokalnym układzie współrzędnych, niewynikającą z sygnałów sterujących robota. Poślizg poprzeczny jest modelowany za pomocą parametru α w modelu MPP. Gdy wartość parametru α jest większa od zera, środek robota powinien być „spychany” na zewnątrz zakrętu, gdyż jego oś obrotu zostaje przesunięta w kierunku przodu pojazdu. W trakcie wykonywania przez robota rotacji z prędkością kątową $\frac{\pi}{6} \frac{rad}{s}$, parametr α przyjmuje wartość około $\frac{\pi}{12}$ radianów. Poślizg lewego koła, który jak pokazano we wcześniejszym badaniu, wywołuje nieznaczną rotację, więc powinien również powodować pojawienie się niezerowej wartości parametru α , ze względu na działanie sił tarcia poprzecznego. W związku z tym przyjęto,



(a) Model MPP.

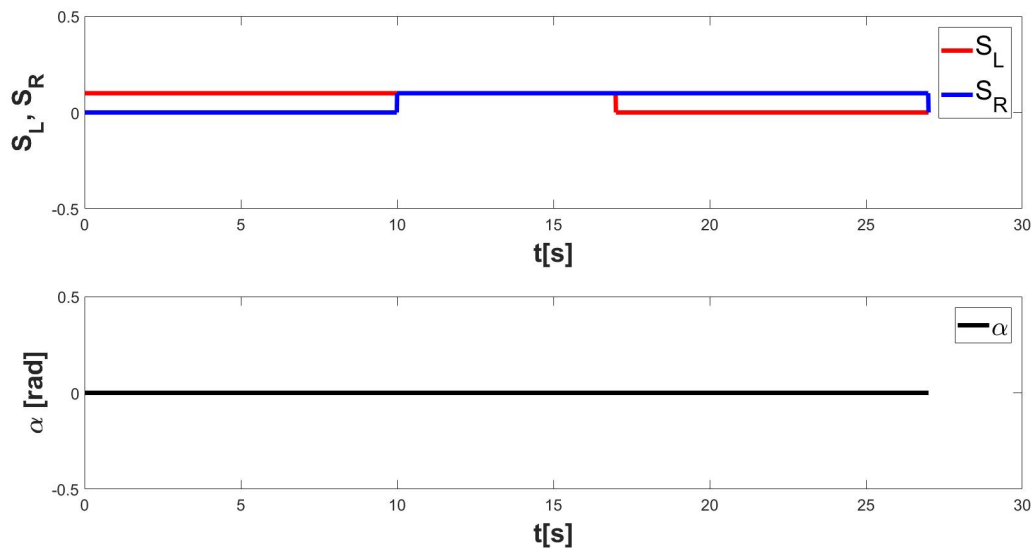


(b) Model MICR.



(c) Model MVIR

Rysunek 4.2: Wyniki symulacji modeli dla warunków braku poślizgu



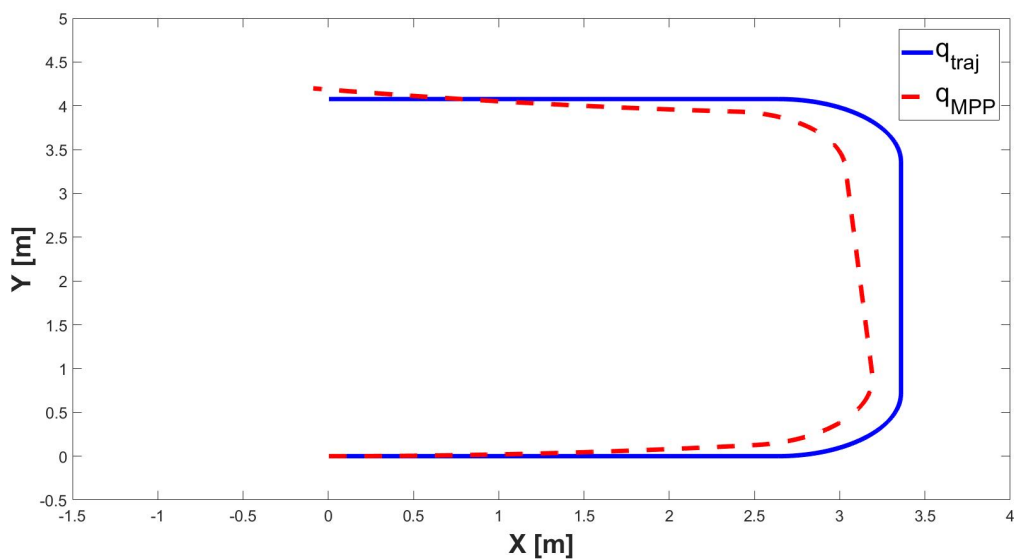
Rysunek 4.3: Wartości parametrów poślizgu gąsienic S_L i S_R , oraz parametru poślizgu poprzecznego robota α

że jest on równy 2% wartości pojawiającej się przy wykonywaniu przez robota skreću. Sumaryczne przebiegi czasowe wartości parametrów poślizgu przedstawiono na rysunkach 4.5. Wyniki symulacji, przedstawione na rysunkach 4.6, są zgodne z oczekiwanymi i środek robota odchyła się na zewnątrz zakreću. Po wprowadzeniu niezerowej wartości parametru α , środek wirtualnego robota kołowego, obliczany przez model MVIR, został przesunięty względem położenia zwracanego przez MPP proporcjonalnie do wartości parametru. Im wyższa wartość parametru α , tym większa wartość prędkości na ${}^R\dot{y}$ w lokalnym układzie współrzędnych robota i tym samym większe przesunięcie, zgodnie z równaniami modelu (2.19). Zauważalne są także skokowe zmiany położenia środka wirtualnego robota (2.19) na początku i po zakończeniu rotacji z prędkością $\frac{\pi}{6} \frac{rad}{s}$, ze względu na nagłe zmiany wartości parametru α (przykładowa skokowa zmiana położenia środka wirtualnego robota została pokazana na wykresie 4.7).

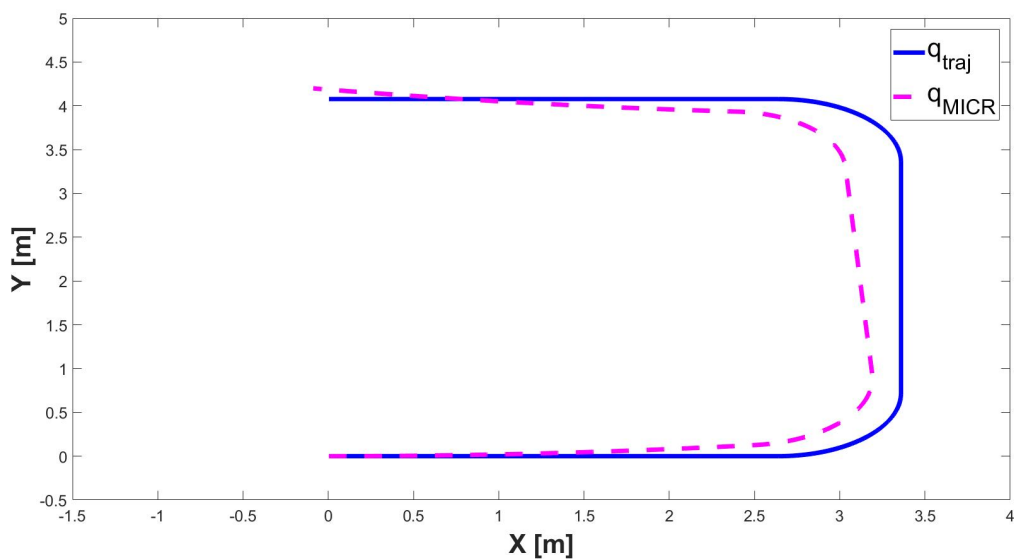
4.2 Identyfikacja parametrów modeli kinematycznych

W podrozdziale porównamy skuteczność przedstawionych w rozdziale 3 metod estymacji z wykorzystaniem rozszerzonego filtru Kalmana, przy określaniu wartości parametrów modeli kinematycznych opisanych w rozdziale 2 i przewidywaniu z ich wartościami zachowania robota. W tym celu wykonano szereg symulacji, dla każdej z metod obliczając błąd średniokwadratowy przewidywania ruchu robota i estymowanych parametrów. W niniejszym podrozdziale, przedstawiono wyniki estymacji przy zastosowaniu najlepszych z testowanych wartości parametrów filtru Kalmana dla każdego z modeli.

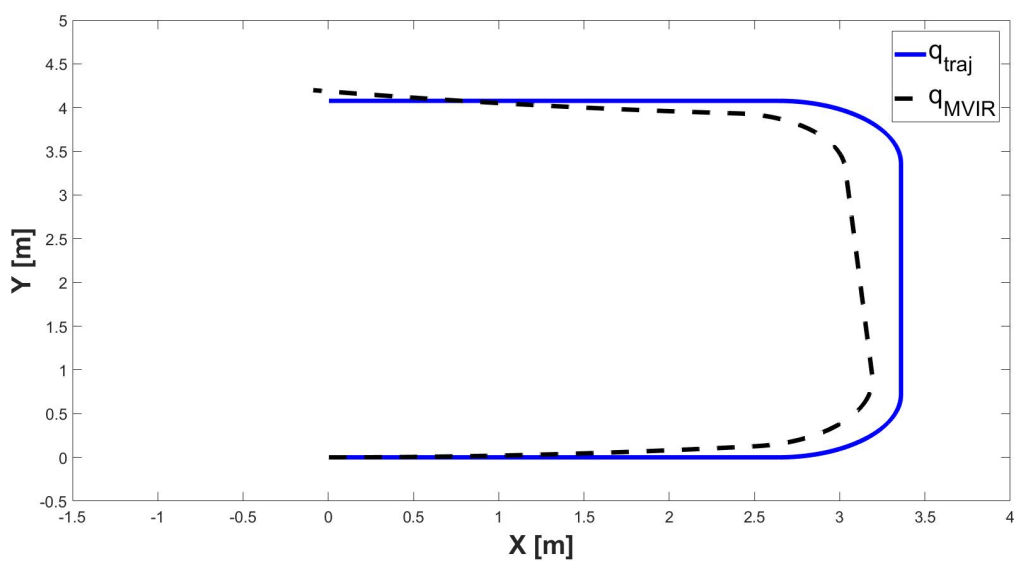
Modele estymacji wartości parametrów modeli kinematycznych przedstawione w podrozdziale 3.1.3 i 3.1.2 nie są w stanie dokonywać estymacji, gdy sygnały sterujące V_R i V_L są sobie równe, tak więc estymacja parametrów testowana będzie tylko dla przypadku, gdy robot wykonuje rotację. Ponadto, metoda estymacji przedstawiona w pracy [3] estymuje rzeczywiste położenie chwilowych środków obrotu robota tylko w przypadku rotacji w prawą stronę. Na wejście kołowego robota opisanego (2.1), traktowanego jako robot nominalny, podano sygnały sterowania V_R i V_L przemieszczające go z prędkością liniową



(a) Model MPP.

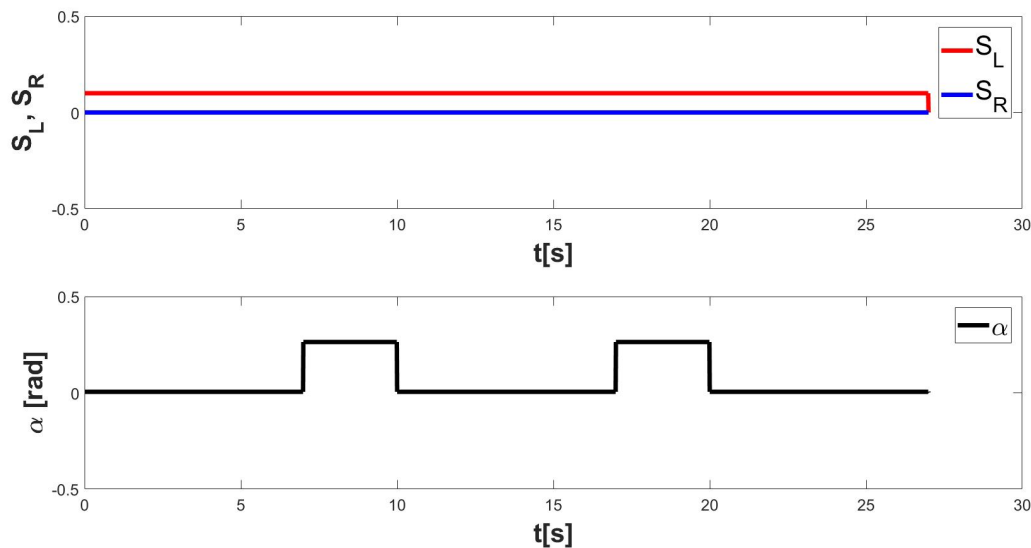


(b) Model MICR.



(c) Model MVIR

Rysunek 4.4: Wyniki symulacji modeli przy występowaniu poślizgów wzdłużnych gąsienic

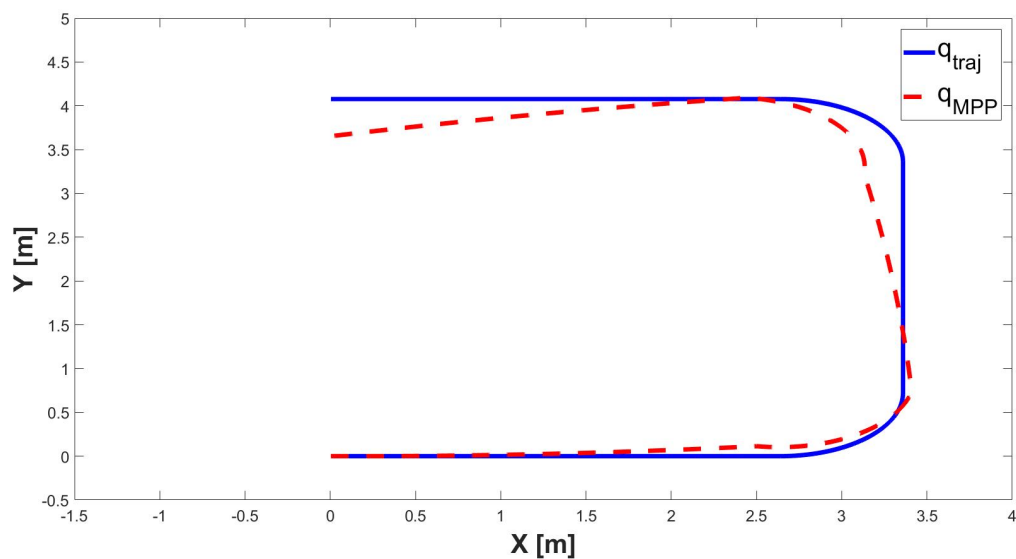


Rysunek 4.5: Wartości parametrów poślizgu przy założeniu występowania poślizgu poprzecznego robota i wzdłużnego jego lewej gaśienicy

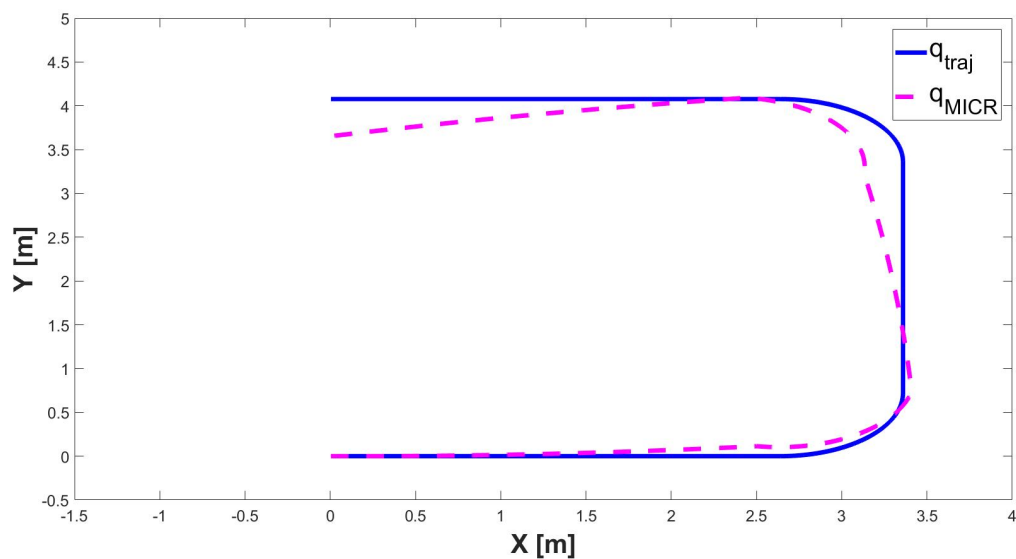
$V = 0,4 \frac{m}{s}$ i prędkością kątową $\omega = -7 \frac{\circ}{s}$. Tak jak w przypadku testów zachowania modeli kinematyki przedstawionych w podrozdziale 4.1, do symulowania rzeczywistej odpowiedzi robota posłużył model MPP wykorzystujący parametry poślizgu S_L , S_R i α , opisany równaniami (2.9). Wartości parametrów poślizgu były stałe i wynosiły $S_L = 0,2$, $S_R = 0$ i $\alpha = 15^\circ$. Ścieżkę robota nominalnego i rzeczywistego przedstawiono na rysunku 4.8. Założono, że błąd pomiaru rzeczywistych współrzędnych punktu $P_O = (x, y)$ określającego pozycję robota, dla obu współrzędnych jest zmienną losową podlegającą rozkładowi normalnemu o średniej $\mu_{P_O} = 0$ i wariancji $\sigma_{P_O} = 0,1$. Błąd pomiaru orientacji robota i prędkości V_x i V_y robota również są zmiennymi losowymi podlegającymi rozkładowi normalnym o średnich $\mu_\theta = \mu_{V_x} = \mu_{V_y} = 0$ i wariancjach równych odpowiednio $\sigma_\theta = 2$ i $\sigma_{V_x} = \sigma_{V_y} = 0,05$, oraz $\sigma_\omega = 0,04$. Sygnały są próbkowane ze stałym okresem $\Delta t = 0,1$ sekundy. W celu oceny pracy filtrów przedstawione i omówione zostaną rysunki przebiegów czasowych estymowanych wartości parametrów wraz z ich wartościami rzeczywistymi oraz rysunki przebiegów czasowych błędów predykcji zachowania robota przez modele kinematyczne przy aktualnie estymowanych wartościach parametrów.

Jako pierwsze wykonano estymację parametrów poślizgu S_L , S_R i α zgodnie z metodą opisaną w podrozdziale 3.1.1. Na rysunkach 4.9 można zauważyć, że po około 20 próbkach konfiguracja robota przewidywana jest z błędem jeden rząd wartości mniejszym niż błędy pomiarowe. Dokładność predykcji zwiększa się wraz ze zbliżaniem się estymowanych przez filtr wartości parametrów poślizgu do ich rzeczywistych wartości. Przebiegi czasowe wartości parametrów poślizgu estymowanych przez filtr przedstawiono na rysunkach 4.10. Rozszerzony filtr Kalmana zdaje się poprawnie estymować wartości parametrów poślizgu i przewidywać zachowanie robota wykorzystując model kinematyczny MPP.

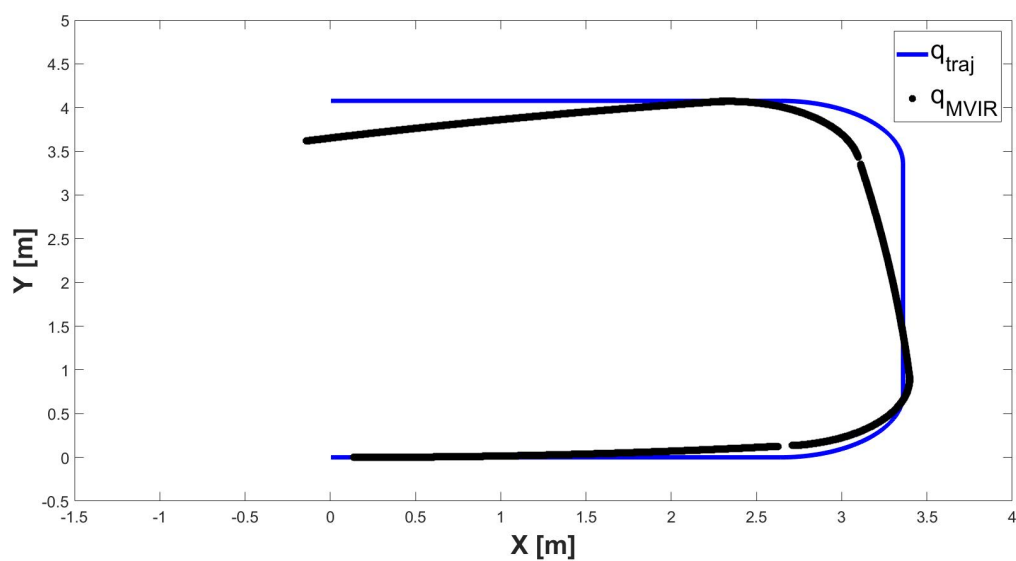
Następnie estymowano współrzędne chwilowych środków obrotu robota, wykorzystując metodę przedstawioną w rozdziale 3.1.2. Przebiegi czasowe błędów predykcji prędkości, przedstawione na rysunkach 4.11, wskazują na to że zachowanie robota jest przewidywane poprawnie, a dokładność predykcji wzrasta, gdy maleje błąd estymacji współrzędnych chwilowych środków obrotu. Przebiegi czasowe estymacji współrzędnych tych można zobaczyć na rysunkach 4.12. Metoda estymacji zdaje się pracować poprawnie dla założonych



(a) Model MPP.

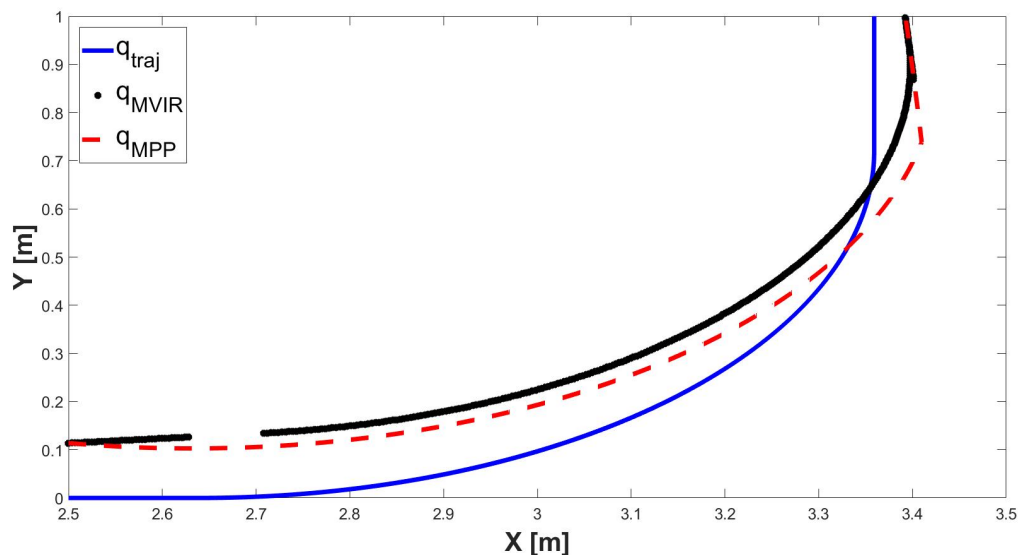


(b) Model MICR.



(c) Model MVIR

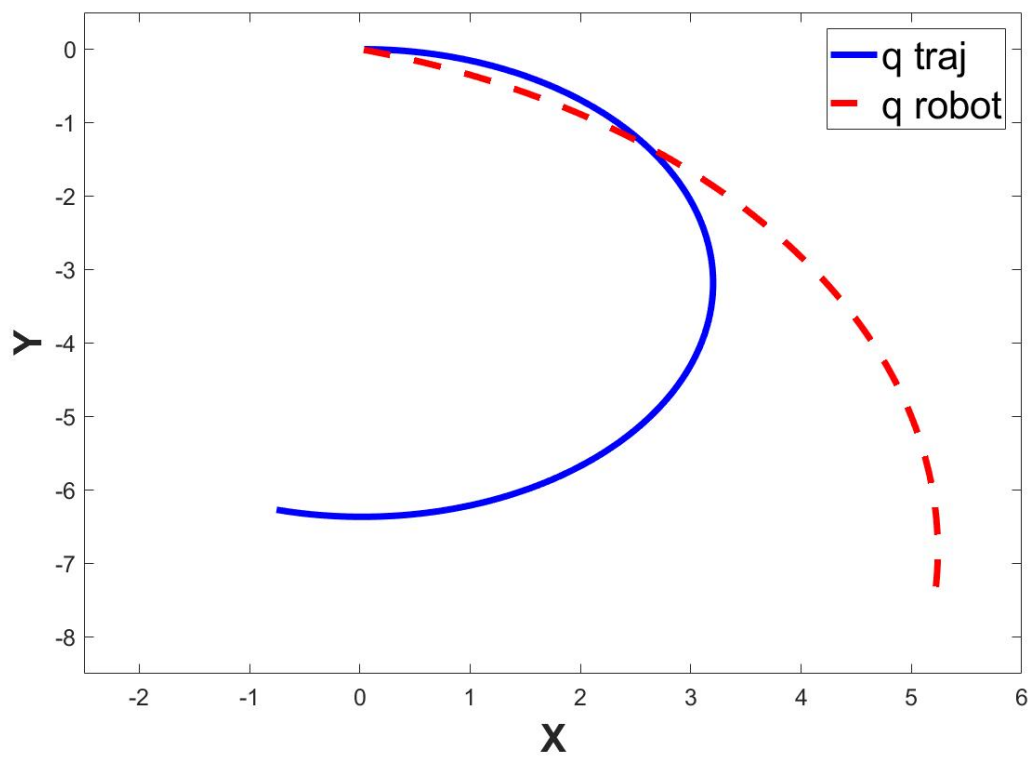
Rysunek 4.6: Wyniki symulacji modeli dla poślizgu poprzecznego wraz z poślizgiem lewej gąsienicy



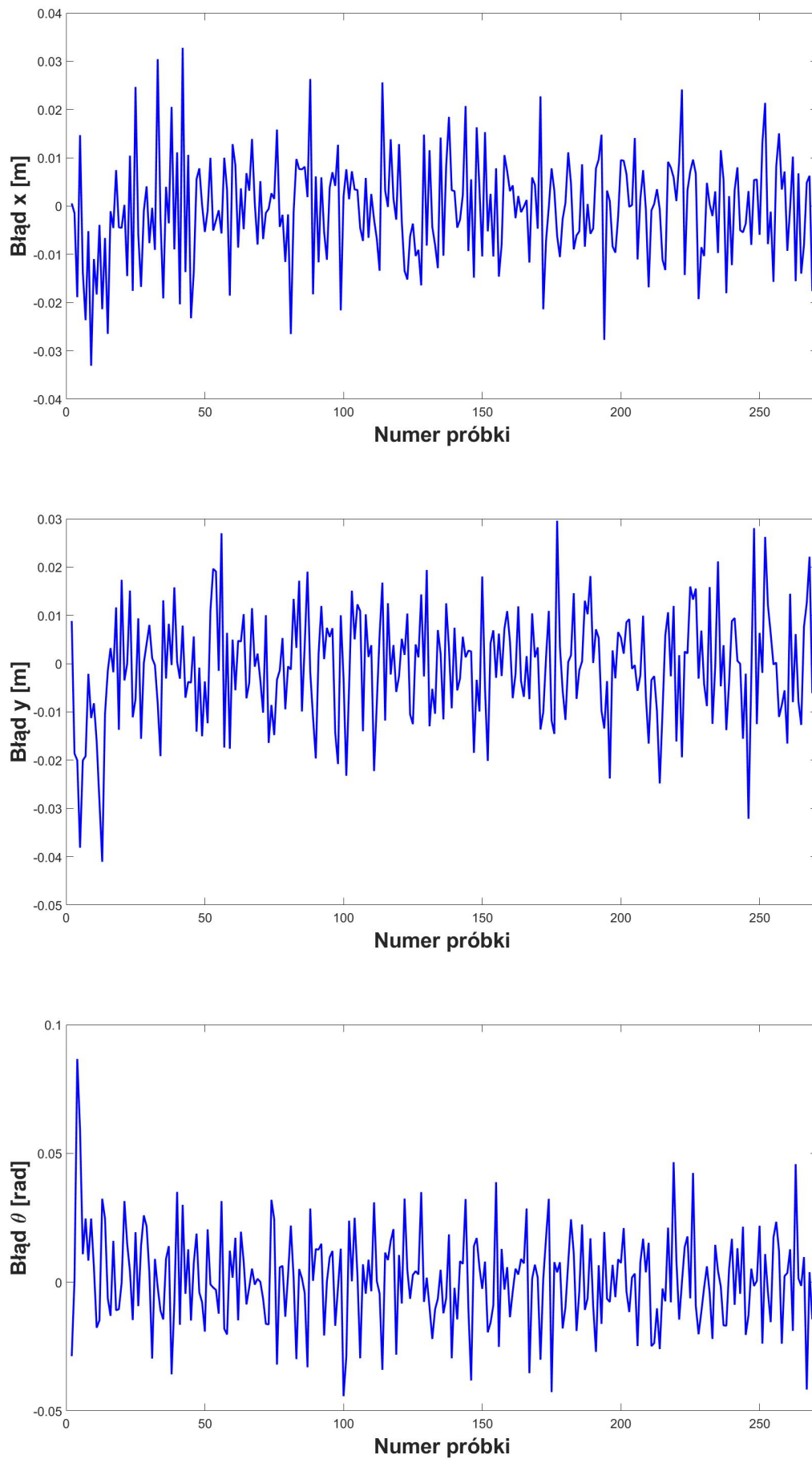
Rysunek 4.7: Widoczne skokowe przemieszczenia środka wirtualnego robota na początku rotacji z prędkością $\frac{\pi}{6} \frac{rad}{s}$ i po jej zakończeniu

warunków symulacji i filtr skutecznie przewiduje zachowanie robota, oraz estymowane wartości współrzędnych punktów chwilowych środków obrotu są zbliżone do rzeczywistych.

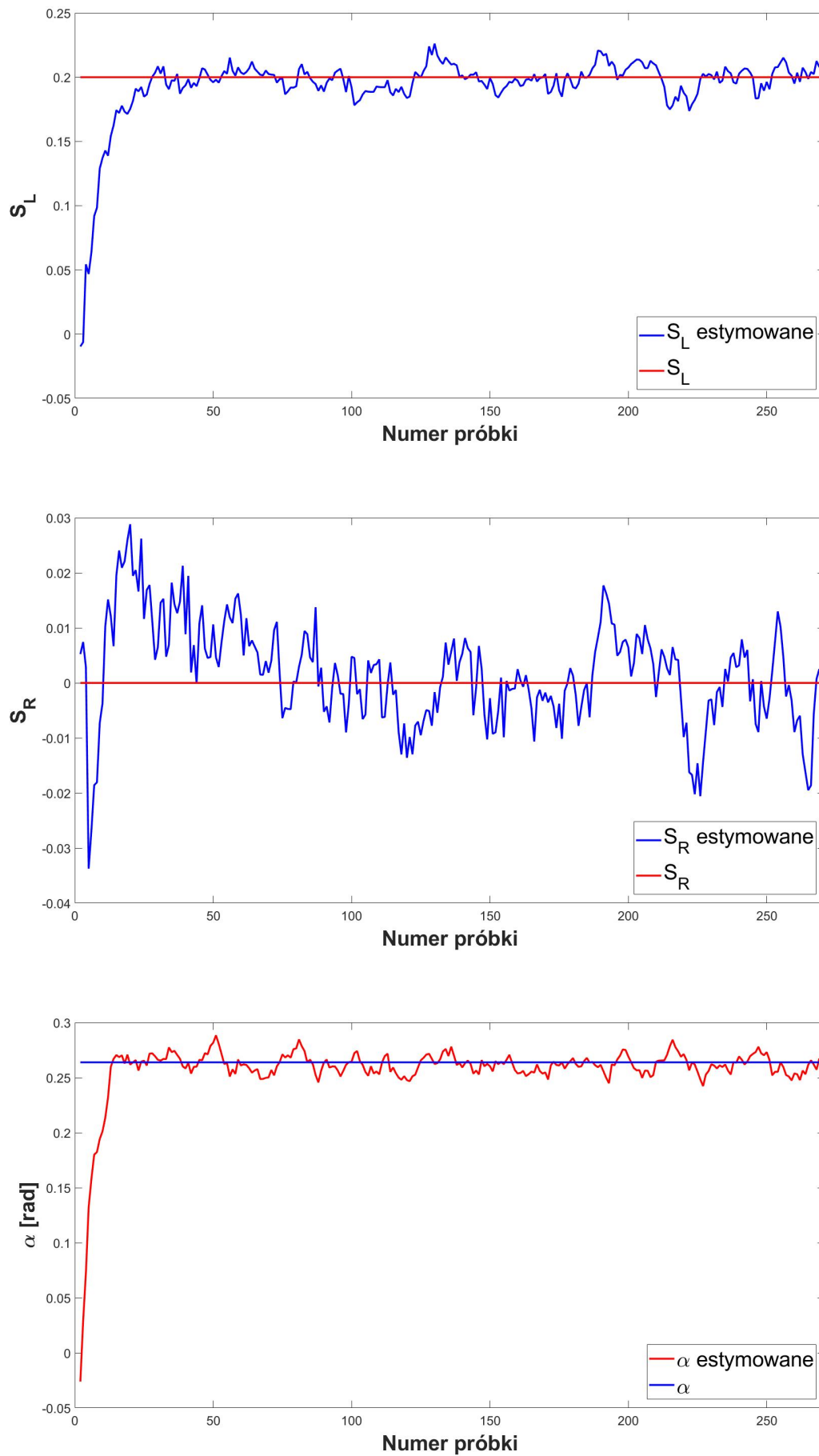
Jako ostatnią przeprowadzono estymację położenia środka wirtualnego robota kołowego, opisanego w podrozdziale 2.2.2, wykorzystując metodę przedstawioną w podrozdziale 3.1.3. Metoda ta charakteryzuje się największymi wartościami błędów średniokwadratowego z testowanych metod estymacji. Przebiegi czasowe błędów predykcji prędkości robota, przedstawione na rysunkach 4.13, wskazują na to, że filtr przewiduje ich wartości ze skutecznością podobną do filtra opisanego w podrozdziale 3.1.2. Natomiast przebiegi czasowe estymowanych współrzędnych wirtualnego robota, czyli wartość jego przesunięcia względem środka rzeczywistego robota, przedstawione na rysunkach 4.14, zdają się wskazywać na wysoką niestabilność filtra. Może to świadczyć o tym, że równania (3.27) wyprowadzone z równań (3.23) nie są odpowiednio uwarunkowane dla filtra Kalmana, gdyż parametry S_x i S_y są dzielone przez parametr S_z w celu uzyskania wartości odpowiednio wzdłuż osi ${}^R X$ i ${}^R Y$ współrzędnych. Jednak w modelu używanym przez filtr do predykcji prędkości robota parametry są od siebie niezależne, dlatego mimo dobrej predykcji wartości prędkości robota, parametry niekoniecznie wskazują na rzeczywiste położenie środka wirtualnego robota kołowego.

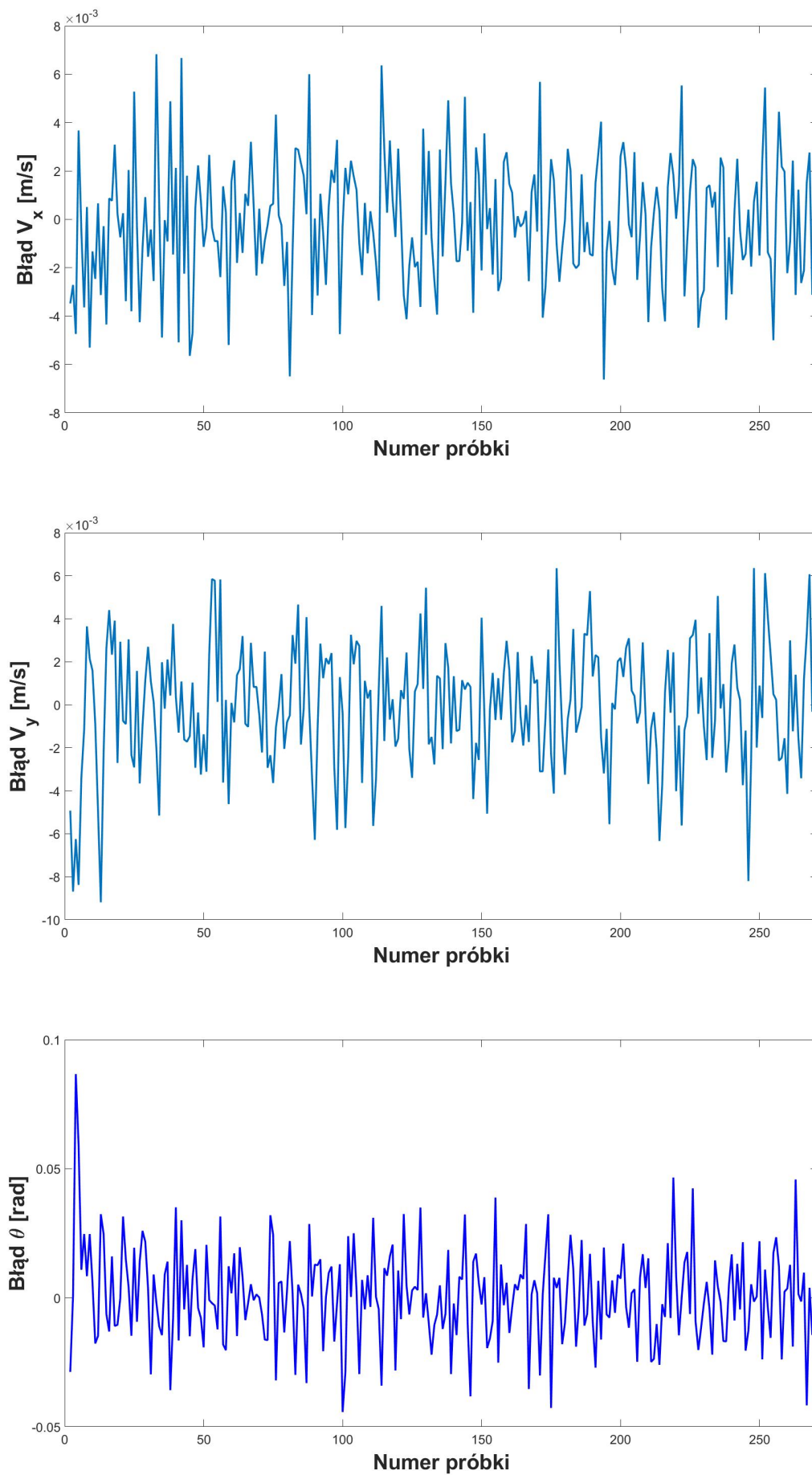


Rysunek 4.8: Pożądana ścieżka robota użyta do testów rozszerzonego filtru Kalmana wraz z rzeczywistą ścieżką jaką przejechał robot

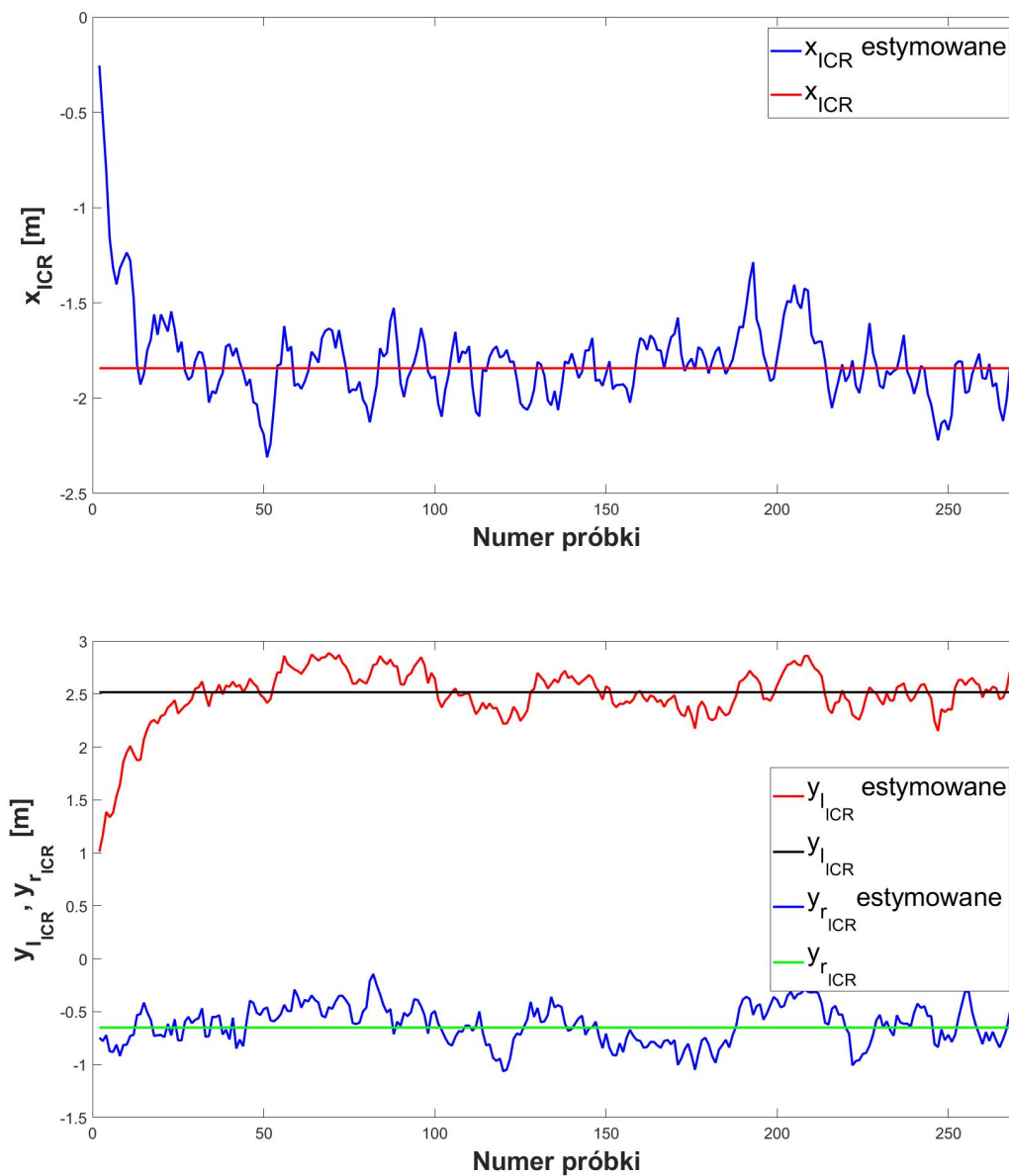


Rysunek 4.9: Błąd predykcji konfiguracji robota przez rozszerzony filtr Kalmana estymujący wartości parametrów poślizgu S_L , S_R i α

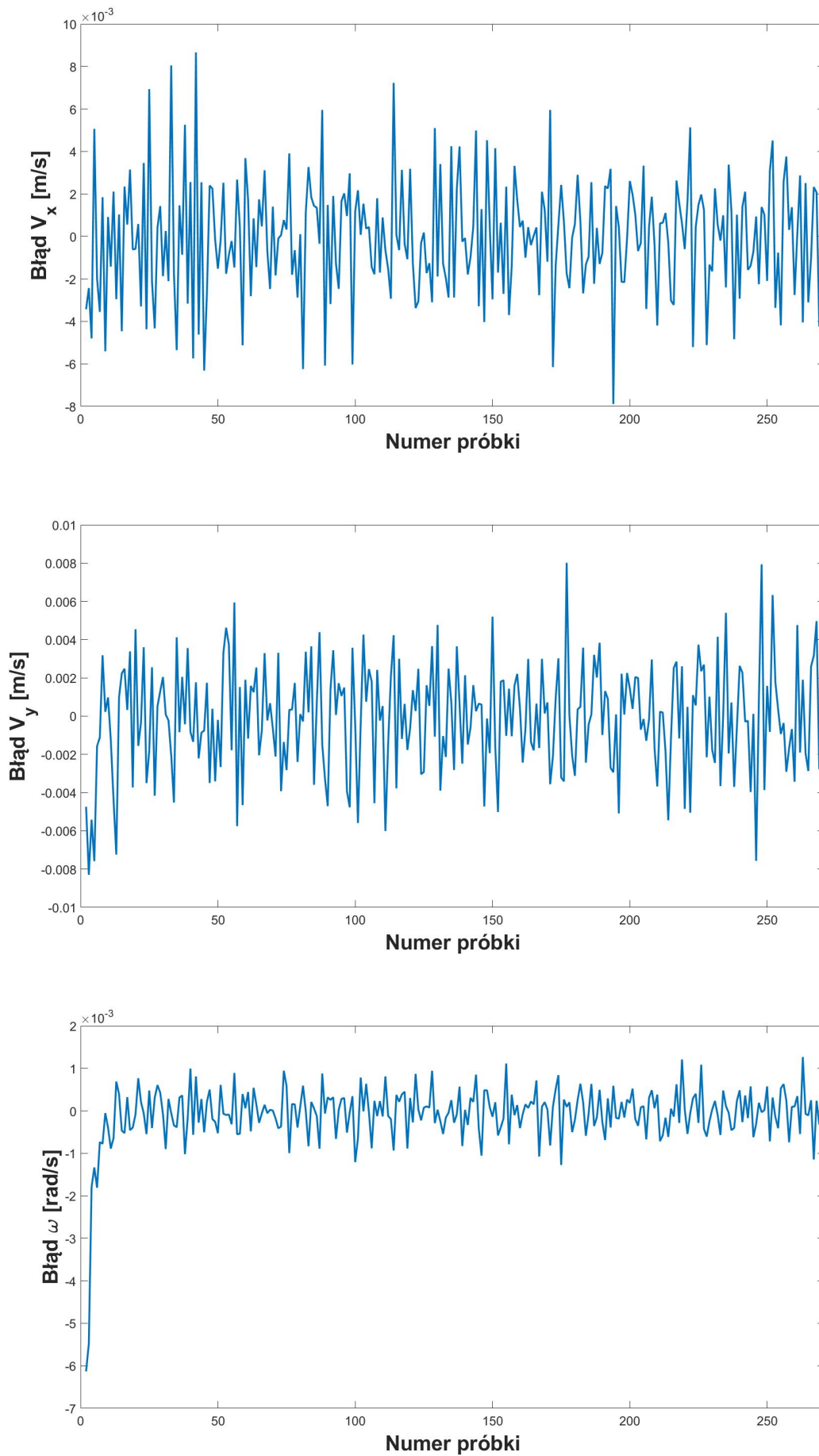
Rysunek 4.10: Wartości estymowanych przez filtr parametrów S_L , S_R i α



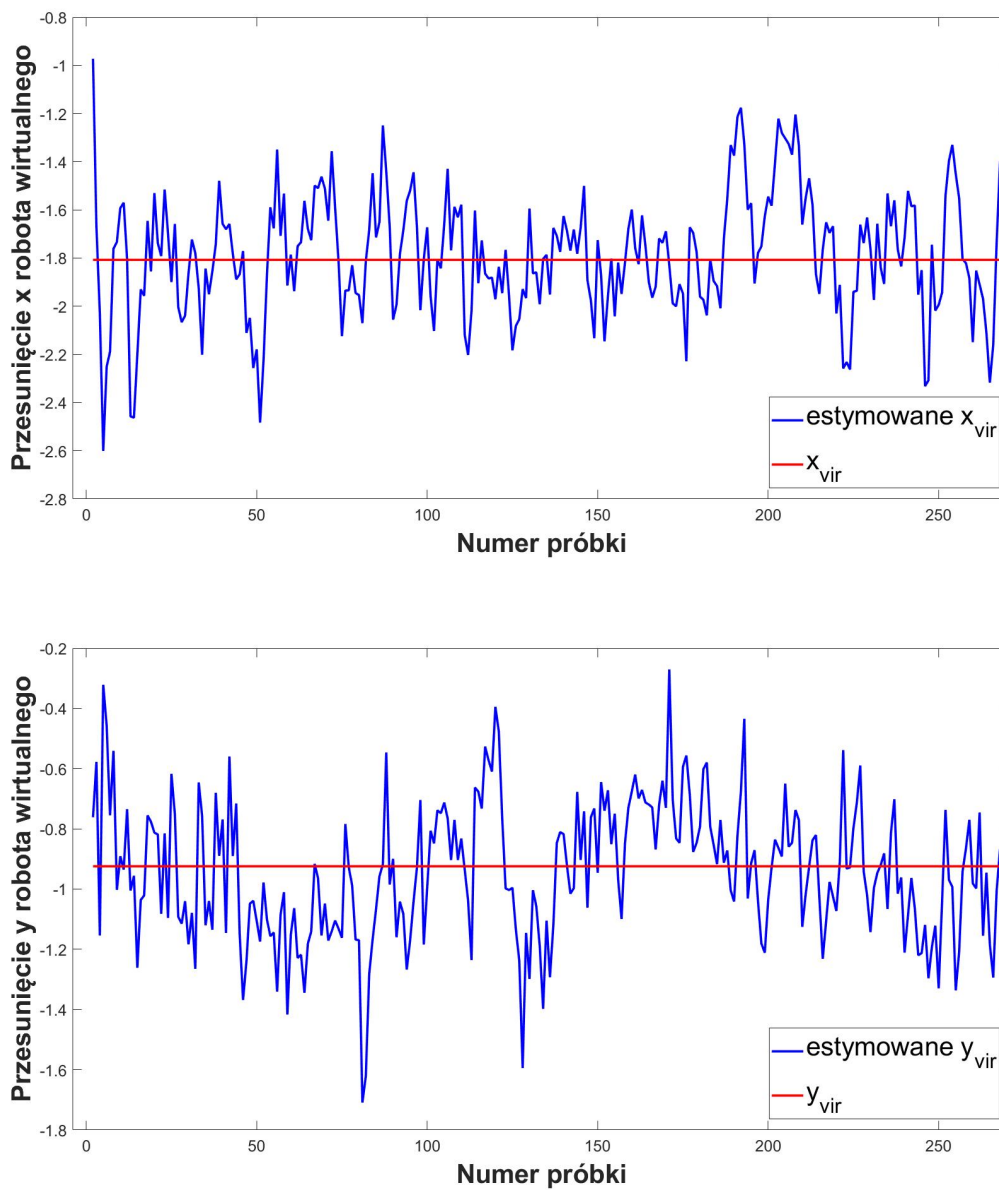
Rysunek 4.11: Błąd predykcji prędkości robota przez rozszerzony filtr Kalmana estymujący współrzędne chwilowych środków obrotu robota dla modelu MICR



Rysunek 4.12: Wartości estymowanych przez filtr współrzędnych chwilowych środków obrotu dla modelu MICR



Rysunek 4.13: Błąd predykcji prędkości robota przez rozszerzony filtr Kalmana estymujący współrzędne środka wirtualnego robota kołowego dla modelu MVIR



Rysunek 4.14: Wartości estymowanych przez filtr współrzędnych środka wirtualnego robota kołowego dla modelu MVIR

Rozdział 5

Podsumowanie

Celem pracy było dokonanie przeglądu metod modelowania robotów gąsienicowych. Wybrano i przedstawiono w pracy te z metod, które modelowały robota gąsienicowego przez analogie do kołowego i jednocześnie opierały się na możliwie różnych zjawiskach czy zależnościach, prezentując odmienne rozwiązania problemu sterowania robotem gąsienicowym. Opisane modele robotów gąsienicowych parametryzują nieznanne, zmienne warunki terenu, po którym przemieszcza się robot, uwzględniając w ten sposób część z nich w modelu. Wartości tych parametrów nie są znane w trakcie ruchu robota, więc wymagane jest wykonywanie estymacji ich wartości, dlatego w pracy przedstawiono również jeden z takich algorytmów, jakim jest rozszerzony filtr Kalmana.

W ramach pracy przygotowano systemy symulacji pozwalające sprawdzić i porównać działanie opisanych modeli kinematycznych przy znanych wartościach ich parametrów. Pokazano równoznaczność opisu ruchu robota przez zaprezentowane modele kinematyczne robota gąsienicowego. Wykonano także systemy pozwalające na estymację nieznannej wartości parametrów modeli w trakcie ruchu robota z wykorzystaniem rozszerzonego filtra Kalmana.

Rozszerzony filtr Kalmana wydaje się zwracać poprawne wyniki w przypadku estymacji wartości parametrów poślizgu dla modelu z podrozdziału 2.6 i oscylując wokół ich rzeczywistych wartości w trakcie symulacji. Dla modelu z podrozdziału 2.2.1, równania (3.15) zaproponowane w pracy [3], z której pochodzi model, działały poprawnie wtedy gdy prędkość kątowna robota była ujemna. Wtedy współrzędne chwilowych środków obrotu estymowane przez rozszerzony filtr Kalmana były zbliżone do rzeczywistych ich wartości i filtr wykorzystując model opisany równaniami (3.15) poprawnie przewidywał ruch robota gąsienicowego z poślizgiem. W wypadku gdy prędkość kątowna była dodatnia, rozszerzony filtr Kalmana nie estymował rzeczywistych wartości chwilowych środków obrotu, jednak mimo tego model ruchu poprawnie przewidywał ruch robota gąsienicowego. Dla ostatniego modelu, rozszerzony filtr Kalmana estymuje położenie wirtualnego środka robota z dużym błędem, nawet dla zmodyfikowanych równań (3.26) polepszających ich uwarunkowanie dla filtra Kalmana. Mimo to, estymowane wartości parametrów pozwalały na poprawne przewidywanie ruchu robota gąsienicowego nawet w przypadku gdy nie wskazywało one rzeczywistego położenia środka wirtualnego robota. Nie spełnia to jednak całkowicie celu filtra, jakim było estymowanie położenia wirtualnego środka robota.

Modele kinematyki przedstawione w pracy wydają się poprawnie opisywać ruch robota gąsienicowego, pod warunkiem znajomości wartości ich parametrów. Zaproponowana metoda estymacji wartości parametrów wydaje się odpowiednia dla modelu kinematyki opisanego w podrozdziale 2.1. Możliwe, że zmodyfikowany model oparty na chwilowych środkach obrotu, opisany równaniami (3.15), ze względu na stosowanie w swoim opisie

wartości bezwzględnych, wymaga rozbicia na dwa przypadki dzięki czemu opisywać będzie on komplet zachowań robota. Prawdopodobnie wybrana metoda estymacji położenia wirtualnego środka robota nie jest odpowiednia dla równań go opisujących. Do estymacji położenia wirtualnego środka robota autorzy pracy [8], z której pochodzi model go wykorzystujący, zastosowano model liniowy AR. Badania wskazały na poprawne przewidywanie ruchu robota przez modele w warunkach symulacyjnych i kolejnym krokiem mogłoby być porównanie użyteczności opisanych w niniejszej pracy modeli do przewidywania ruchu fizycznego robota gąsienicowego.

Bibliografia

- [1] T. M. Dar, R. G. Longoria. Slip estimation for small-scale robotic tracked vehicles. *Proceedings of the 2010 American Control Conference*, Baltimore, MD, USA, 2010. American Control Conference.
- [2] Foster-Miller. Foster-Miller TALON. <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Foster-Miller%20TALON&oldid=904579022>, 2019.
- [3] Hao Lu, Guangming Xiong, Konghui Guo. Motion predicting of autonomous tracked vehicles with online slip model identification. *Mathematical Problems in Engineering Volume 2016*, strony 1–13, 2016.
- [4] Howe and Howe Technologies. Thermite RS1-T3 – a firefighting robot. <http://www.roboticfirefighters.com/>, 2019.
- [5] Krzysztof Tchoń, Robert Muszyński. *Metody matematyczne automatyki i robotyki*. Katedra Cybernetyki i Robotyki Wydział Elektroniki Politechnika Wrocławska, 2017.
- [6] J. Kędzierski. Filtr Kalmana – zastosowania w prostych układach sensorycznych. 2007. https://www.researchgate.net/publication/298352096_Filtr_Kalmana_-_zastosowania_w_prostych_ukladach_sensorycznych.
- [7] L. Majkut, M. Giergiel. Określenie osi obrotu małych robotów gasienicowych dla potrzeb opisu modelem dwukołowym. *MODELOWANIE INŻYNIERSKIE nr 47*, 16(47):141–146, 2013.
- [8] Masamitsu Kurisu, Kazutaka Takahashi, Toyohiro Konishi, Sigeru Sarata. Tracing control for a tracked vehicle based on a virtual wheeled mobile robot. *Proceedings of the 23rd ISARC*, strony 482–486, Tokyo, Japan, 2006. Japan Society of Civil Engineers, Japan Robot Association.
- [9] MATLAB. *version 9.3.0 (R2017b)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, 2017.
- [10] T. Peacock. Lecture 8 – Kinematics of Rigid Bodies, 2007. <https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-003j-dynamics-and-control-i-spring-2007/lecture-notes/lec08.pdf>.
- [11] S. Robotics. The colossus – an universal technical support robot & modular. <https://www.shark-robotics.com/en/robot/colossus/>, 2019.
- [12] F. Vivo, M. Battipede, A. Brandl, P. Gili. Ill-conditioned problems improvement adapting joseph covariance formula to non-linear bayesian filters. *WSEAS Transactions on Electronics*, strony 1825–1833, Ischia, Naples (ITALY). WSEAS. Volume 7.
- [13] Wikipedia. British heavy tanks of World War I. <http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=British%20heavy%20tanks%20of%20World%20War%20I&oldid=904719045>, 2019.

-
- [14] Wikipedia. Extended Kalman Filter.
https://en.wikipedia.org/wiki/Extended_Kalman_filter, 2019.
- [15] Wikipedia. Lombard Steam Log Hauler.
<http://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Lombard%20Steam%20Log%20Hauler&oldid=899123419>, 2019.

Spis rysunków

2.1	Robot kołowy poruszający się bez poślizgu, posiadający kontakt punktowy z podłożem [8]	4
2.2	Rysunek obrazujący koncepcję wirtualnych kół robota gąsienicowego [7]	4
2.3	Robot wraz z siłami oddziałującymi na gąsienice w trakcie ruchu [1]	6
2.4	Położenie punktów chwilowego obrotu robota i prędkości ciał [3]	9
2.5	Robot gąsienicowy którego środek porusza się bez poślizgu [8]	11
2.6	Robot gąsienicowy którego środek przemieszcza się z poślizgiem [8]	11
2.7	Analizowany przypadek ruchu robota [8]	12
2.8	Wirtualny robot kołowy [8]	13
2.9	Skorygowana trajektoria robota [8]	14
3.1	Sfera jednostkowa wraz z dwiema płaszczyznami na których może znajdować się położenie wirtualnego środka robota wirtualnego, w zależności od kierunku rotacji [8]	22
4.1	Sygnaly sterowania, dla których robot nominalny porusza się po ścieżce U-kształtnej	24
4.2	Wyniki symulacji modeli dla warunków braku poślizgu	25
4.3	Wartości parametrów poślizgu gąsienic S_L i S_R , oraz parametru poślizgu poprzecznego robota α	26
4.4	Wyniki symulacji modeli przy występowaniu poślizgów wzdłużnych gąsienic	27
4.5	Wartości parametrów poślizgu przy założeniu występowania poślizgu poprzecznego robota i wzdłużnego jego lewej gąsienicy	28
4.6	Wyniki symulacji modeli dla poślizgu poprzecznego wraz z poślizgiem lewej gąsienicy	29
4.7	Widoczne skokowe przemieszczenia środka wirtualnego robota na początku rotacji z prędkością $\frac{\pi}{6} \frac{rad}{s}$ i po jej zakończeniu	30
4.8	Pożądana ścieżka robota użyta do testów rozszerzonego filtru Kalmana wraz z rzeczywistą ścieżką jaką przejechał robot	31
4.9	Błąd predykcji konfiguracji robota przez rozszerzony filtr Kalmana estymujący wartości parametrów poślizgu S_L , S_R i α	32
4.10	Wartości estymowanych przez filtr parametrów S_L , S_R i α	33
4.11	Błąd predykcji prędkości robota przez rozszerzony filtr Kalmana estymujący współrzędne chwilowych środków obrotu robota dla modelu MICR	34
4.12	Wartości estymowanych przez filtr współrzędnych chwilowych środków obrotu dla modelu MICR	35
4.13	Błąd predykcji prędkości robota przez rozszerzony filtr Kalmana estymujący współrzędne środka wirtualnego robota kołowego dla modelu MVIR	36

4.14 Wartości estymowanych przez filtr współrzędnych środka wirtualnego robota kołowego dla modelu MVIR	37
---	----

Spis tabel