

Zestaw 3

1. Zbadac istnienie i (nie)zdegenerowanie punktów krytycznych funkcji:

a). $f(x) = x^3$, $x \in \mathbb{R}$

b). $f(x) = x_1^3 - 3x_1^2x_2$, $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$

c). $f(x) = x_1^2$, $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$

d). $f(x) = x_1x_2$, $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$

e). $f(x) = x_1^2 \cos x_2 + \sin^2 x_2$, $x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$

2. Bez powoływania się na twierdzenie Morse'a

wykorzystać, że funkcja $f(x) = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$ jest

LR-regularna funkcji $g(x) = x_1^2 + x_2^2$,

3. Jak w zadaniu 2 pokazać, że funkcja $f(x) = x_1x_2 + x_2^2$

jest LR-regularna funkcji $g(x) = x_1^2 - x_2^2$.

4. Korzystając z twierdzenia Morse'a znaleźć postacie normalne funkcji podanych niżej, w otoczeniu $(0,0)$:

a). $f(x) = x_1^2 \cos x_2 + \sin^2 x_2$

b). $f(x) = \cos x_1 - 2x_1x_2 + \cos x_2$

c). $f(x) = x_1 \sin x_2 + x_2 \sin x_1$

d). $f(x) = x_1^2 \cos x_3 + x_2x_3 + x_3^2$

e). $f(x) = \sin x_1 \sin x_2 - x_3^2$

f). $f(x) = x_1x_2 + x_2x_3 - x_1x_3$