

Lista nr 2

1. Dla macierzy obrotu $R \in SO(3)$ wyznaczyć normy $\|R\|_2$ oraz $\|R\|_F$.
Wyznaczyć normę $\|R\|_1$ dla macierzy obrotu $R = Rot(Z, \alpha)$.
2. Dla macierzy obrotu $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ obliczyć normy $\|A\|_1$, $\|A\|_2$,
 $\|A\|_F$ oraz $\|A\|_\infty$.
3. Pokazać, że norma operatorowa macierzy ma własność pierścienia

$$\|AB\| \leq \|A\| \cdot \|B\|.$$

4. Pokazać, że $\|A\|_F^2 = \text{tr}(AA^T)$, $A \in R^{n \times n}$.
5. Pokazać, że dla macierzy A zachodzi nierówność

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_F \leq \|A\|_1 \leq \sqrt{n} \|A\|_F.$$

Wskazówka: Skorzystać z nierówności

$$\left(\sum_{i=1}^n |a_i| \right)^2 \leq n \sum_{i=1}^n |a_i|^2$$