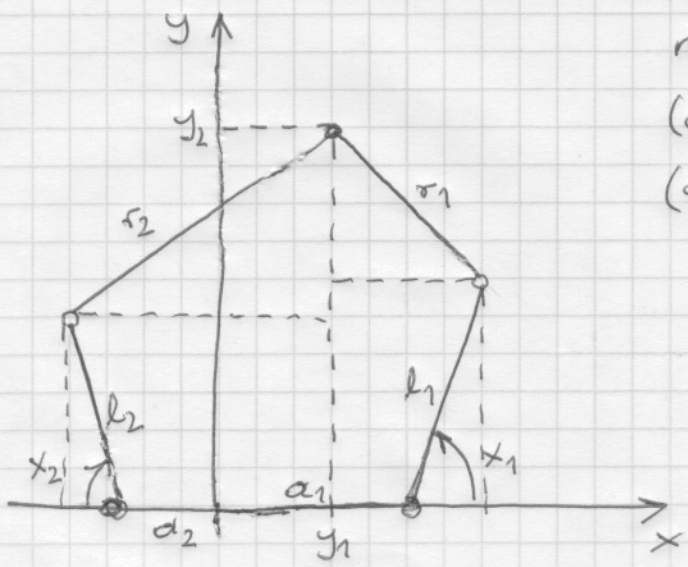
MMAiR, ćwiczenia

Zestaw 1

1. Wykazać, że podane niżej odwzorowania są lokalnymi dyfeomorfizmami w otoczeniu punktu 0;
   a). $\varphi: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\varphi(x) = (x_3, x_2, x_1 - \sin x_2)$
   b). $\varphi: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$, $\varphi(x) = (x_1, x_2, -x_3 \sin x_1 + x_4 \cos x_1 - x_2, x_3 \cos x_1 + x_4 \sin x_1)$
   c). $\varphi: \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$, $\varphi(x) = (x_1 \sin x_2, \cos x_2 \sin x_3, x_4, x_5 + x_4^3 - x_1^{10})$
   Czy są to dyfeomorfizmy globalne?
2. Pokazać, że układ równań $x_1 y_1 - x_2 y_2 = 0$, $x_2 y_1 + x_1 y_2 = 2$ definiuje funkcję $y = g(x)$. Obliczyć pochodną $Dg(x)$ w punkcie $x_1 = x_2 = y_1 = y_2 = 1$.
3. Dana jest kinematyka manipulatora typu podwójne wahadło: $y_1 = l_1 \cos x_1 + l_2 \cos(x_1 + x_2)$, $y_2 = l_1 \sin x_1 + l_2 \sin(x_1 + x_2)$. Pokazać, że poza konfiguracjami osobliwymi istnieje lokalne rozwiązanie odwrotnego zadania kinematyki.
4. Korzystając z twierdzenia o funkcji uwikłanej zbadać warunki, przy których wartości własne macierzy $\underset{n\times n}{A}$ są funkcją współczynników równania charakterystycznego.
5. Zbadać istnienie kinematyki i kinematyki odwrotnej mechanizmu przedstawionego na rysunku i opisanego równaniami



$$(a_1 + l_1 \cos x_1 - y_1)^2 + (y_2 - l_1 \sin x_1)^2 = r_1^2$$
$$(a_2 + y_1 + l_2 \cos x_2)^2 + (y_2 - l_2 \sin x_2)^2 = r_2^2.$$