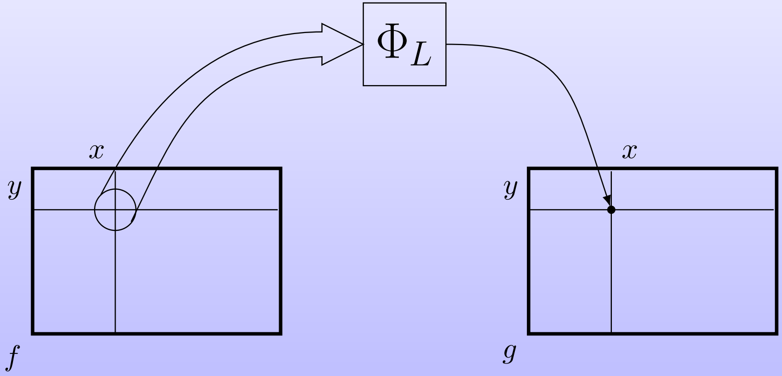
Cyfrowe przetwarzanie obrazów i sygnałów
Wykład 5
AiR III

Joanna Ratajczak

KCiR (W4/K7)

Transformacja lokalna



- Piksel w obrazie wynikowym zależy od tego piksela w obrazie wejściowym i jego sąsiedztwa – kontekstu.
- Operacje te istotnie zmieniają zawartość obrazu.
- Cele:
  - stłumienie niepożądanego szumu,
  - wzmocnienie w obrazie pewnych elementów zgodnych ze wzorcem,
  - usunięcie określonych wad obrazu,
  - poprawa jakości obrazu (np. obrazów nieostrych, o niewielkim kontraście, poruszonych).
- Rodzaje filtrów
  - liniowe (proste w wykonaniu),
  - nieliniowe (bogatsze możliwości).

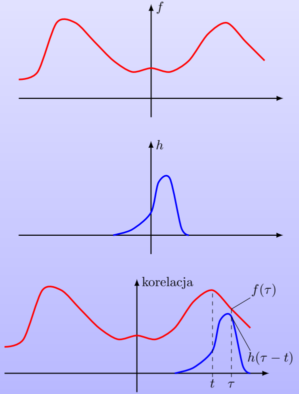
Korelacja i splot

Korelacja pozwala na porównanie sygnału ze wzorcem, pomaga wykrywać składowe sygnału podobne do wzorca. Miara podobieństwa.

Splot jest bazową operacją dla filtracji cyfrowej, pozwala na zwiększenie stosunku mocy sygnału do mocy zakłóceń.

Korelacja

$$\varphi_{fh}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(\tau - t)\,\mathrm{d}\tau$$

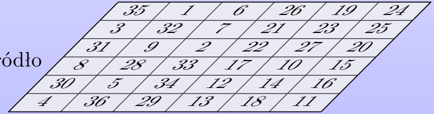


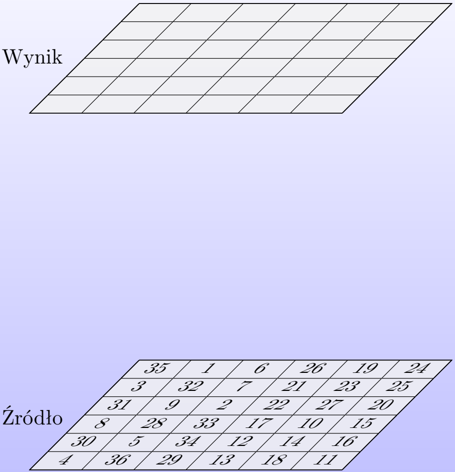
Dyskretna realizacja korelacji 2D

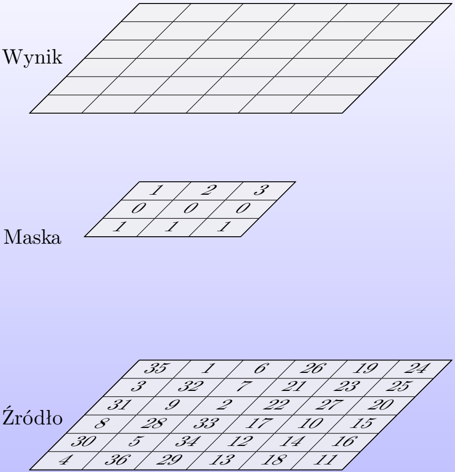
$$g(i,j) = \sum_{p=-r}^{r} \sum_{q=-r}^{r} f(i+p, j+q)h(p,q),$$

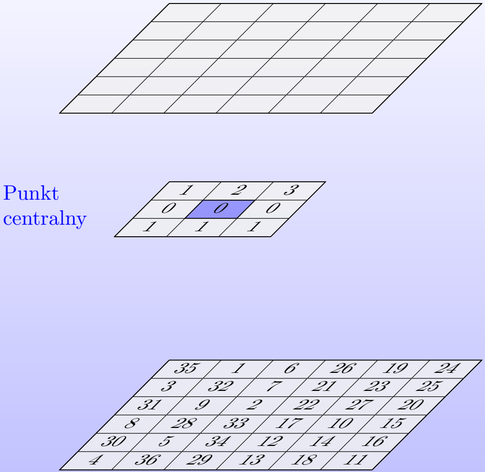
gdzie $f(i,j)$ jest obrazem wejściowym, $g(i,j)$ obrazem wyjściowym a h jest wzorcem.

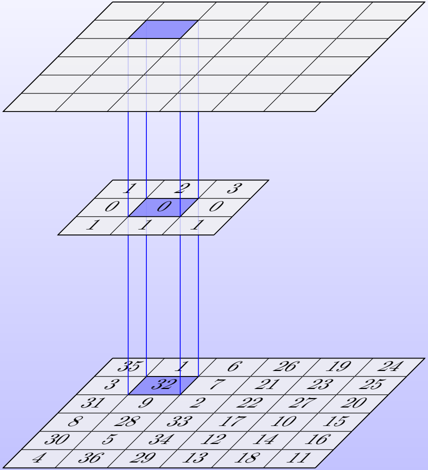
Źródło

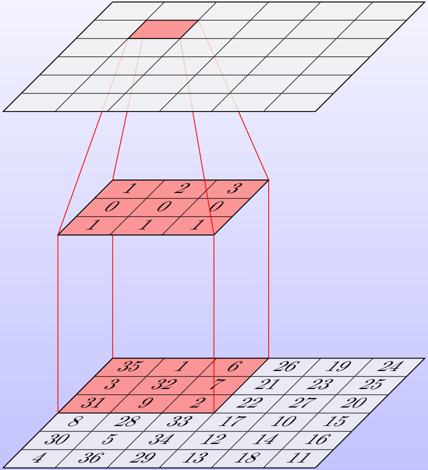

35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


Wynik
Źródło
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

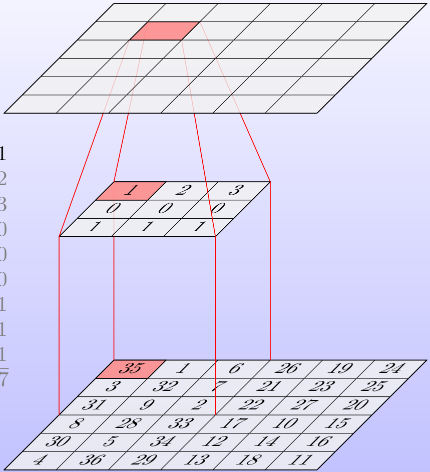

Wynik
Maska
1 2 3
0 0 0
1 1 1
Źródło
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


Punkt
centralny
1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

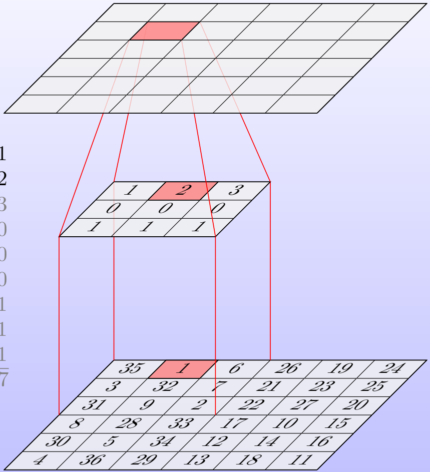

1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

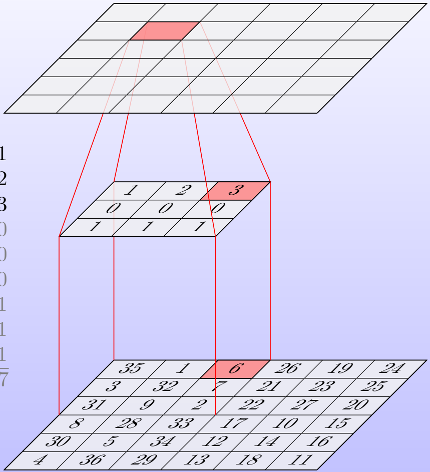
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 2 \\
6 \cdot 3 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 1 \\
9 \cdot 1 \\
+ \quad 2 \cdot 1 \\
\hline
97
\end{array}
$$



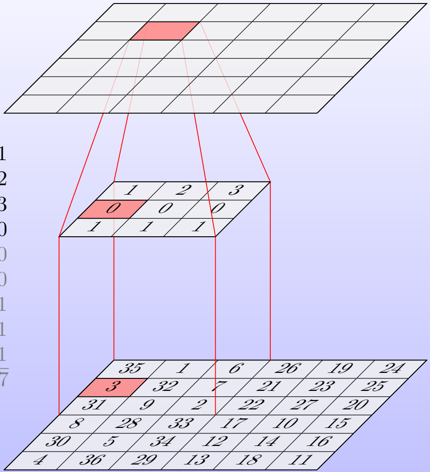
$$\begin{array}{r} 35 \cdot 1 \\ 1 \cdot 2 \\ 6 \cdot 3 \\ 3 \cdot 0 \\ 32 \cdot 0 \\ 7 \cdot 0 \\ 31 \cdot 1 \\ 9 \cdot 1 \\ +\ \ 2 \cdot 1 \\ \hline 97 \end{array}$$



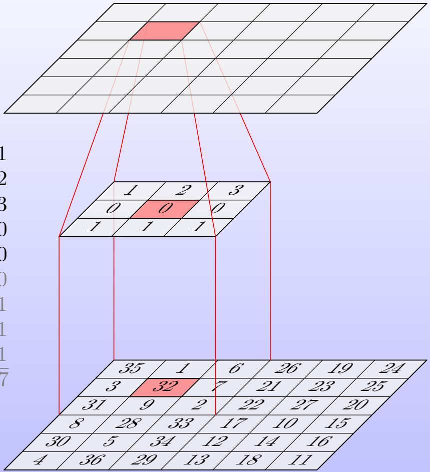
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 2 \\
6 \cdot 3 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 1 \\
9 \cdot 1 \\
+ \quad 2 \cdot 1 \\
\hline
97
\end{array}
$$



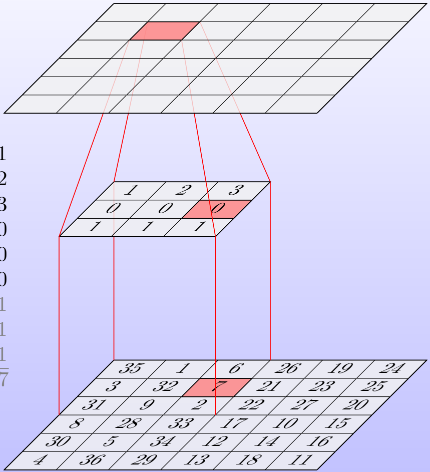
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 2 \\
6 \cdot 3 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 1 \\
9 \cdot 1 \\
+ \quad 2 \cdot 1 \\
\hline
97
\end{array}
$$



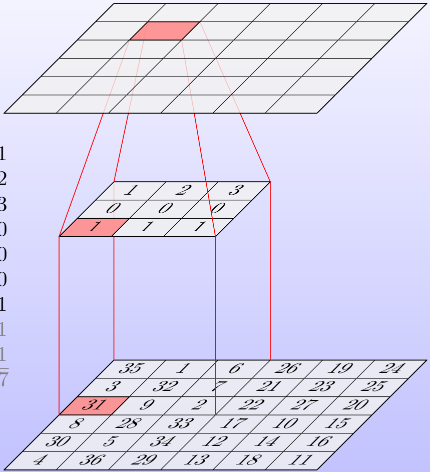
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 2 \\
6 \cdot 3 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 1 \\
9 \cdot 1 \\
+ \;\; 2 \cdot 1 \\
\hline
97
\end{array}
$$



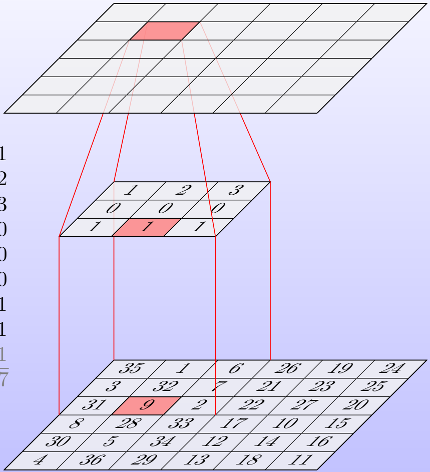
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 2 \\
6 \cdot 3 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 1 \\
9 \cdot 1 \\
+ \quad 2 \cdot 1 \\
\hline
97
\end{array}
$$



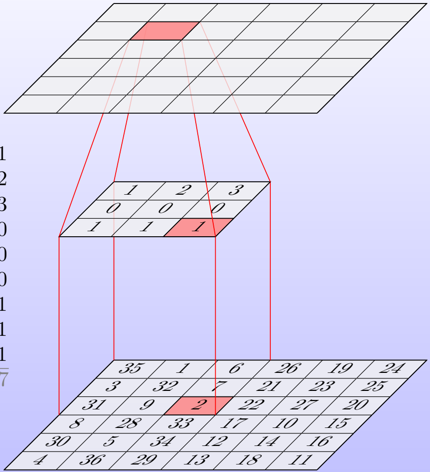
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 2 \\
6 \cdot 3 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 1 \\
9 \cdot 1 \\
+ \quad 2 \cdot 1 \\
\hline
97
\end{array}
$$



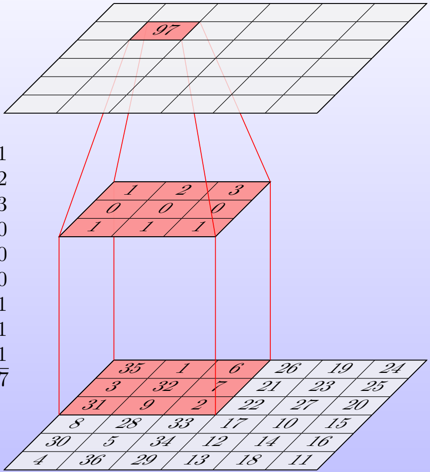
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 2 \\
6 \cdot 3 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 1 \\
9 \cdot 1 \\
+ \;\; 2 \cdot 1 \\
\hline
97
\end{array}
$$

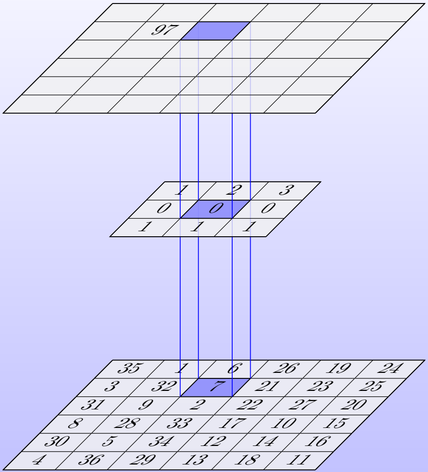


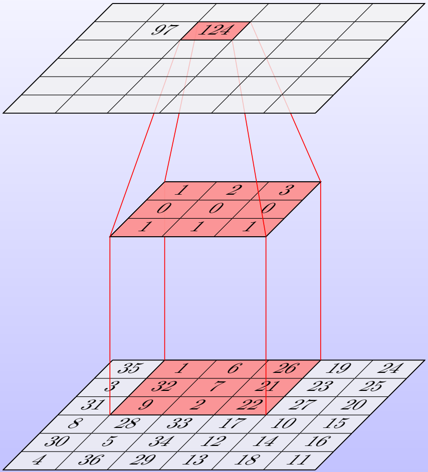
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 2 \\
6 \cdot 3 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 1 \\
9 \cdot 1 \\
+ \quad 2 \cdot 1 \\
\hline
97
\end{array}
$$

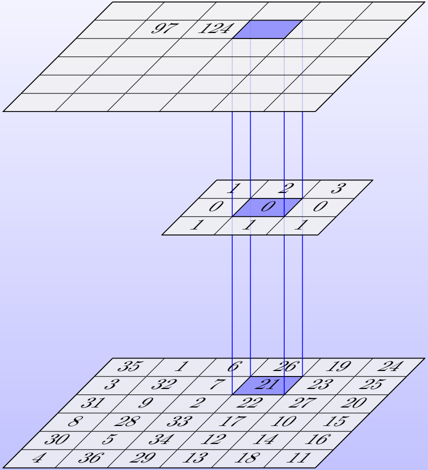


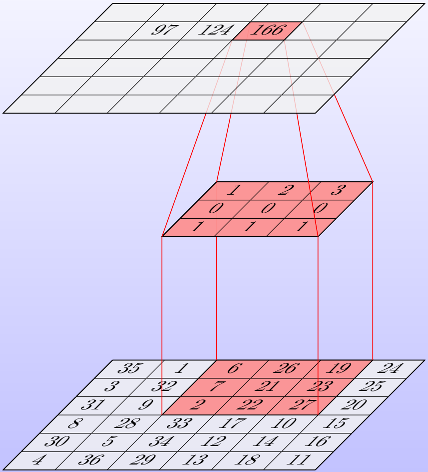
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 2 \\
6 \cdot 3 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 1 \\
9 \cdot 1 \\
+ \;\; 2 \cdot 1 \\
\hline
97
\end{array}
$$

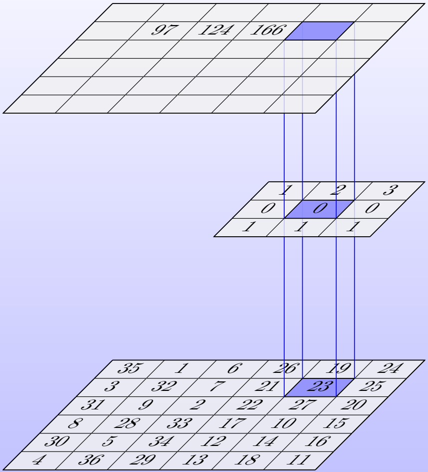


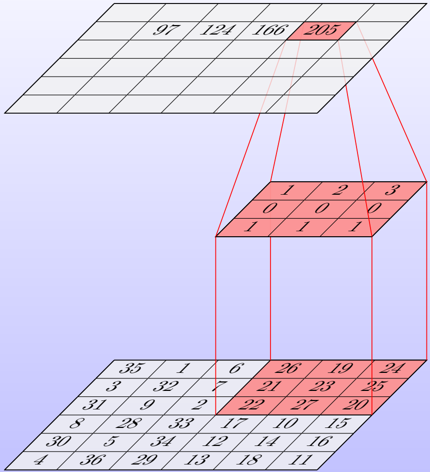

97
1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

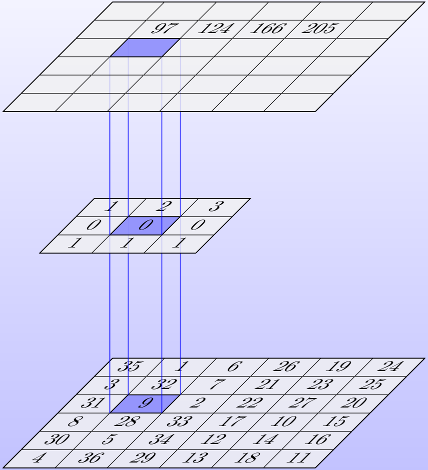

97 124
1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

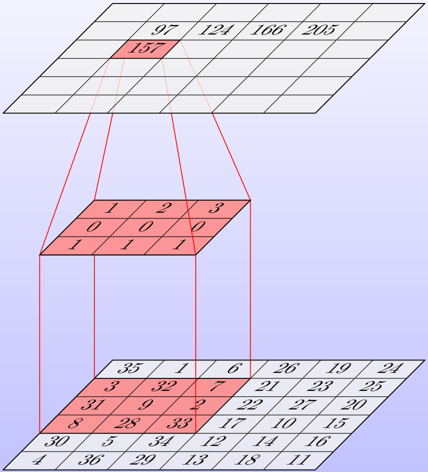

97
124
1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

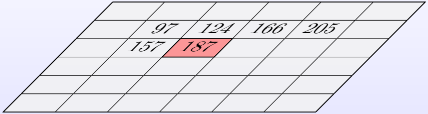

97 124 166
1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

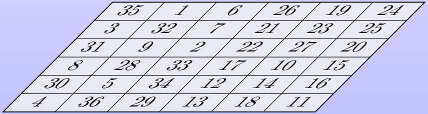

97
124
166
1
2
3
0
0
0
1
1
1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

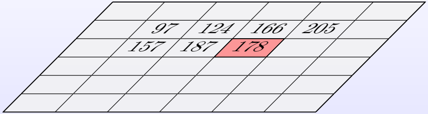

97 124 166 205
1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

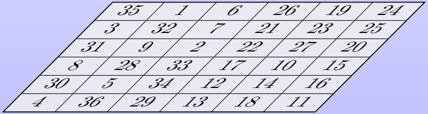

97 124 166 205
1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


97 124 166 205
157
1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


97 124 166 205
157 187

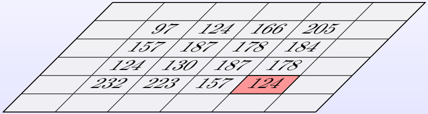

35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

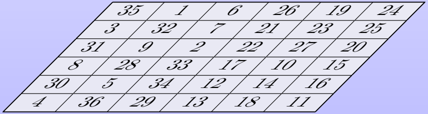

97 124 166 205
157 187 178


35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

	97	124	166	205	
	157	187	178	184	

35	1	6	26	19	24
3	32	7	21	23	25
31	9	2	22	27	20
8	28	33	17	10	15
30	5	34	12	14	16
4	36	29	13	18	11


97 124 166 205
157 187 178 184
124 130 187 178
232 223 157 124


35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

Korelacja

- Prosta metoda.
- Wartość korelacji określa stopień dopasowania obszaru do wzorca.
- Czuła na zakłócenia.
- Nieodporna na zmianę orientacji.
- Może być czasochłonna.

Filtry liniowe

Filtry zaliczane są do liniowych jeśli funkcja je realizująca spełnia warunki

- jest addytywna

$$\phi(f+g)=\phi(f)+\phi(g),$$

- jest jednorodna

$$\phi(\lambda f)=\lambda\phi(f).$$

Konwolucja – splot funkcji

Splot jest bazową operacją filtracji cyfrowej, pozwalającej na zwiększenie stosunku mocy sygnału do mocy zakłóceń.

W ujęciu matematycznym

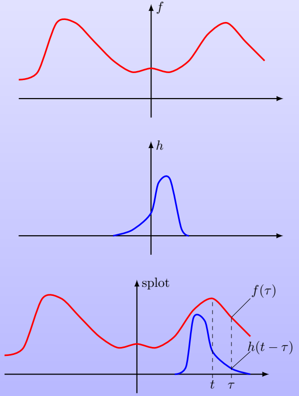
$$(f * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau.$$

W przypadku dyskretnym

$$(f * h)(t) = \sum_{i} f(i)h(t-i).$$

Konwolucja – splot funkcji

$$(f * h)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau$$



Właściwości konwolucji

- symetria

$$f * h = h * f,$$

- łączność

$$(f * g) * h = f * (g * h),$$

- rozdzielność względem dodawania

$$(f + w) * h = f * h + w * h.$$

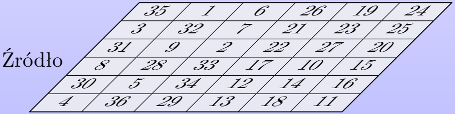
Dyskretna realizacja splotu 2D

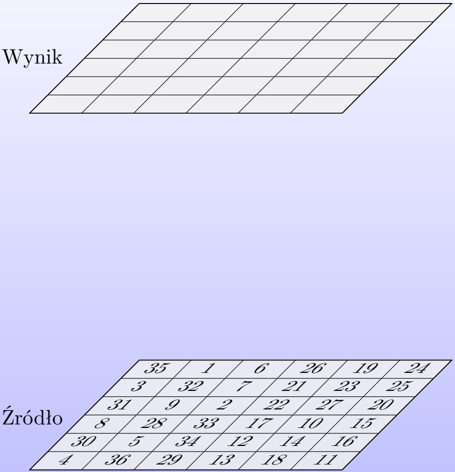
Filtracja liniowa realizowana jest jako operacja dwuwymiarowego splotu dyskretnego

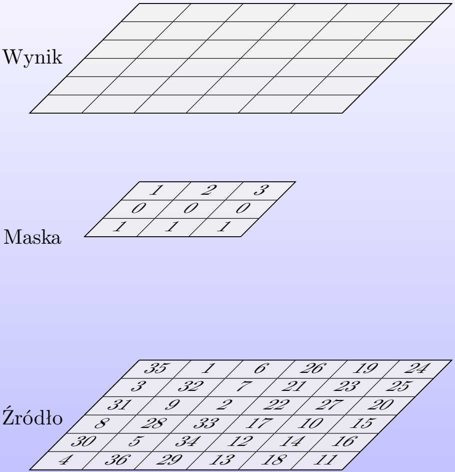
$$g(i,j) = \sum_{m=i-r}^{i+r} \sum_{n=j-r}^{j+r} f(m,n)h(i-m, j-n),$$

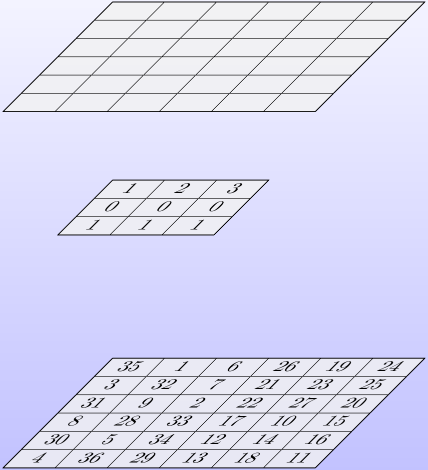
$$g(i,j) = \sum_{p=-r}^{r} \sum_{q=-r}^{r} f(i+p, j+q)h(-p,-q),$$

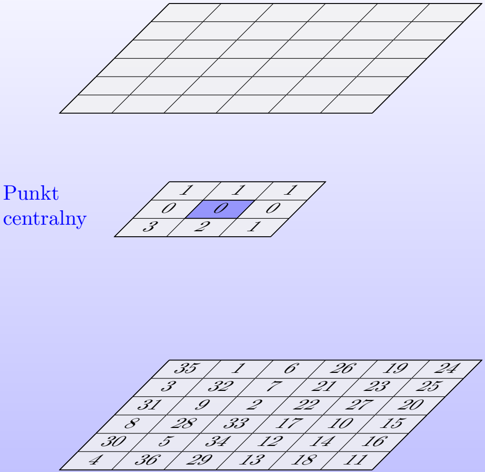
gdzie $f(i,j)$ jest obrazem wejściowym, $g(i,j)$ obrazem wyjściowym a h jest maską (jądrem) przekształcenia o promieniu r.

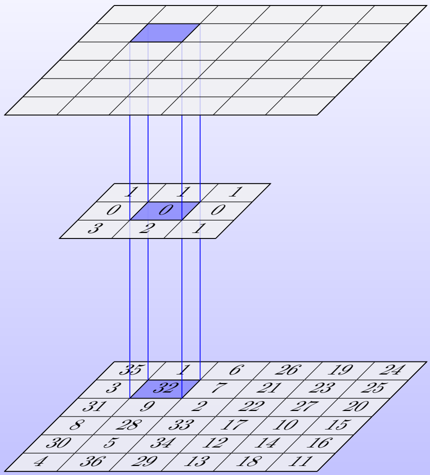

Źródło
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

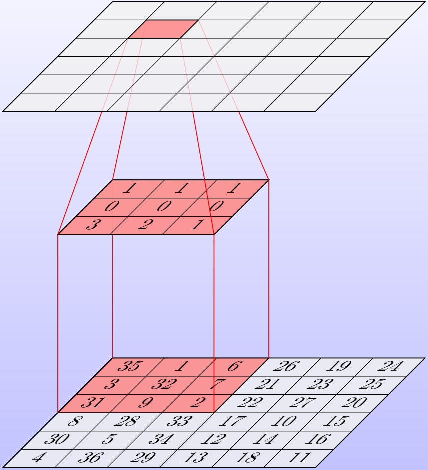

Wynik
Źródło
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


Wynik
1 2 3
0 0 0
Maska
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
Źródło
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

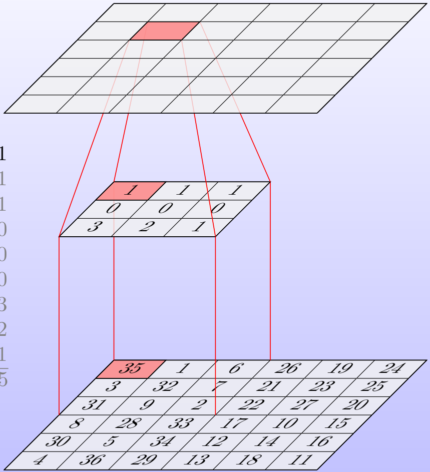

1 2 3
0 0 0
1 1 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


Punkt centralny
1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

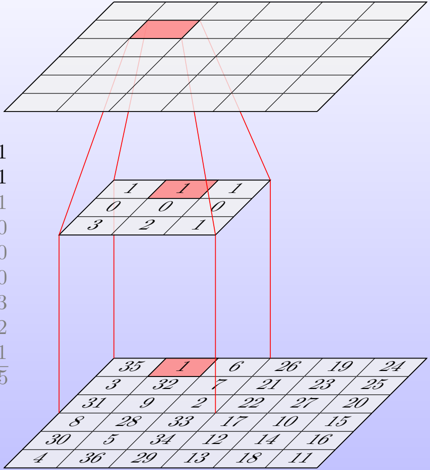

1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

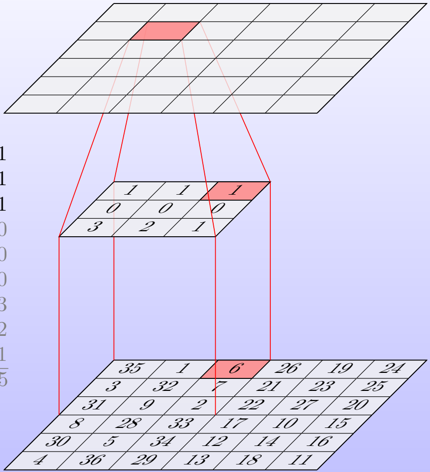
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 1 \\
6 \cdot 1 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 3 \\
9 \cdot 2 \\
+\ 2 \cdot 1 \\
\hline
155
\end{array}
$$



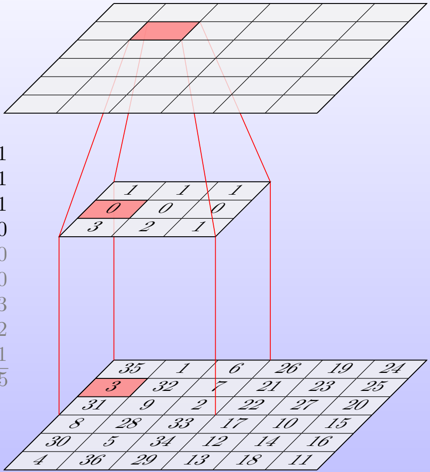
$$\begin{array}{r} 35 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 \\ 6 \cdot 1 \\ 3 \cdot 0 \\ 32 \cdot 0 \\ 7 \cdot 0 \\ 31 \cdot 3 \\ 9 \cdot 2 \\ + \; 2 \cdot 1 \\ \hline 155 \end{array}$$



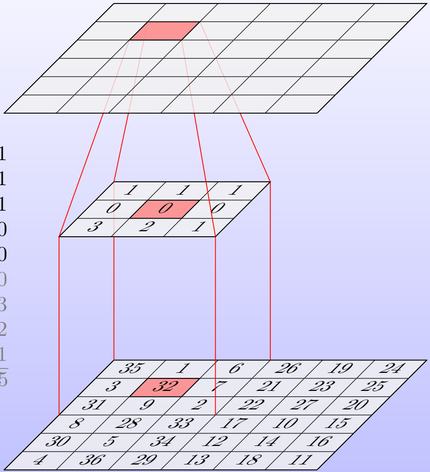
$$\begin{array}{r} 35 \cdot 1 \\ 1 \cdot 1 \\ 6 \cdot 1 \\ 3 \cdot 0 \\ 32 \cdot 0 \\ 7 \cdot 0 \\ 31 \cdot 3 \\ 9 \cdot 2 \\ +\ 2 \cdot 1 \\ \hline 155 \end{array}$$



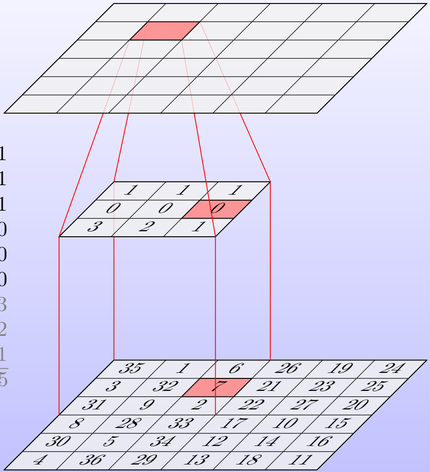
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 1 \\
6 \cdot 1 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 3 \\
9 \cdot 2 \\
+\ 2 \cdot 1 \\
\hline
155
\end{array}
$$



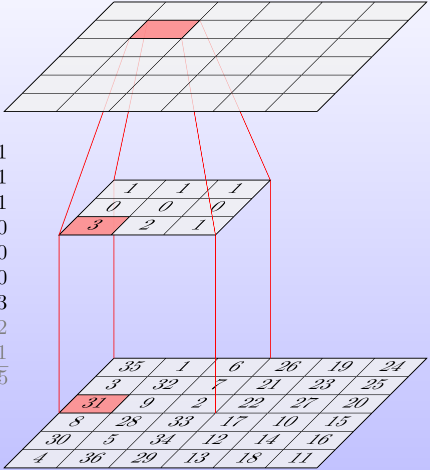
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 1 \\
6 \cdot 1 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 3 \\
9 \cdot 2 \\
+\ 2 \cdot 1 \\
\hline
155
\end{array}
$$



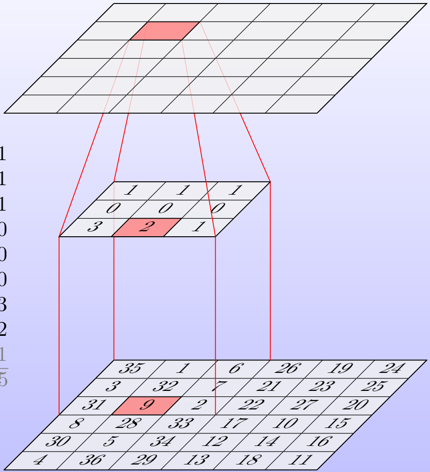
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 1 \\
6 \cdot 1 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 3 \\
9 \cdot 2 \\
+\ 2 \cdot 1 \\
\hline
155
\end{array}
$$



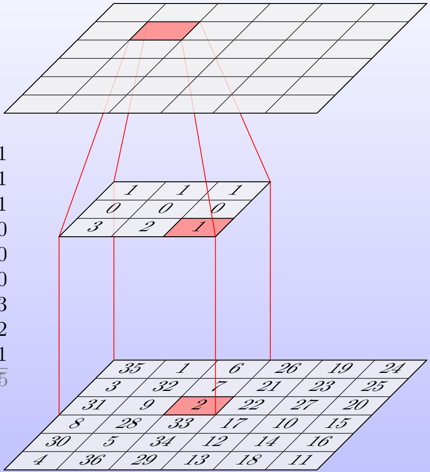
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 1 \\
6 \cdot 1 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 3 \\
9 \cdot 2 \\
+\ 2 \cdot 1 \\
\hline
155
\end{array}
$$



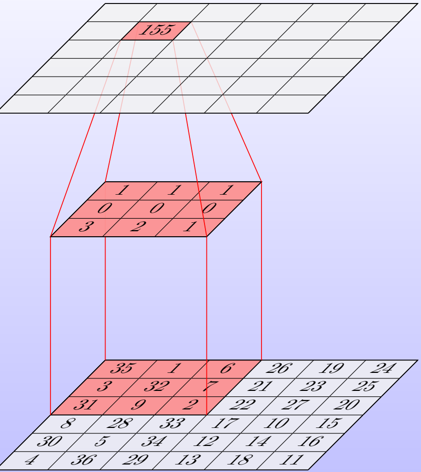
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 1 \\
6 \cdot 1 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 3 \\
9 \cdot 2 \\
+\ 2 \cdot 1 \\
\hline
155
\end{array}
$$

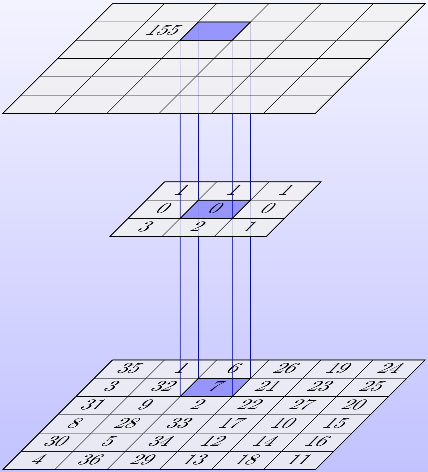


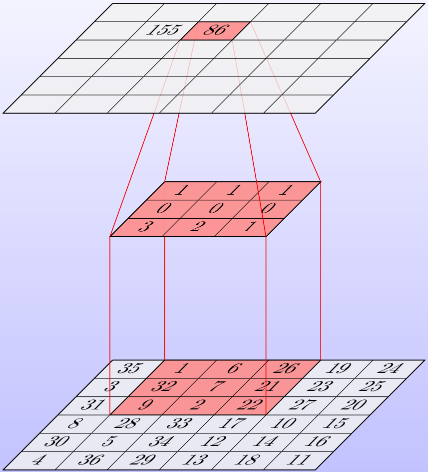
$$
\begin{array}{rr}
 & 35 \cdot 1 \\
 & 1 \cdot 1 \\
 & 6 \cdot 1 \\
 & 3 \cdot 0 \\
 & 32 \cdot 0 \\
 & 7 \cdot 0 \\
 & 31 \cdot 3 \\
 & 9 \cdot 2 \\
+ & 2 \cdot 1 \\
\hline
 & 155
\end{array}
$$

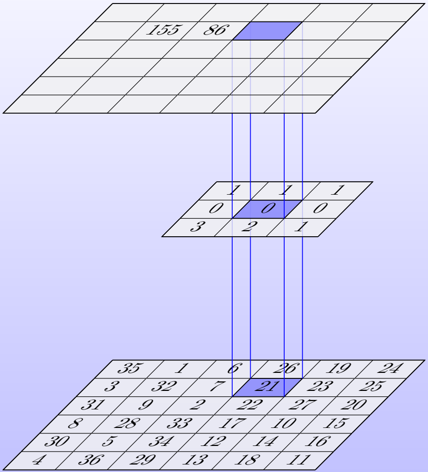


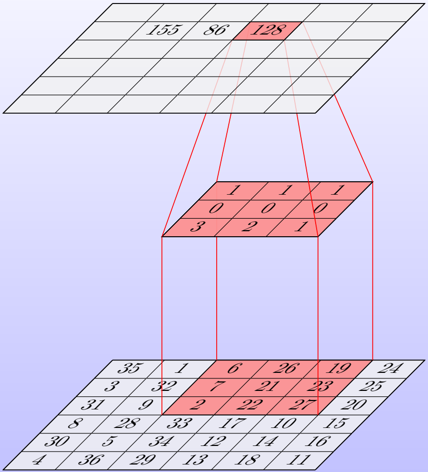
$$
\begin{array}{r}
35 \cdot 1 \\
1 \cdot 1 \\
6 \cdot 1 \\
3 \cdot 0 \\
32 \cdot 0 \\
7 \cdot 0 \\
31 \cdot 3 \\
9 \cdot 2 \\
+ \quad 2 \cdot 1 \\
\hline
155
\end{array}
$$

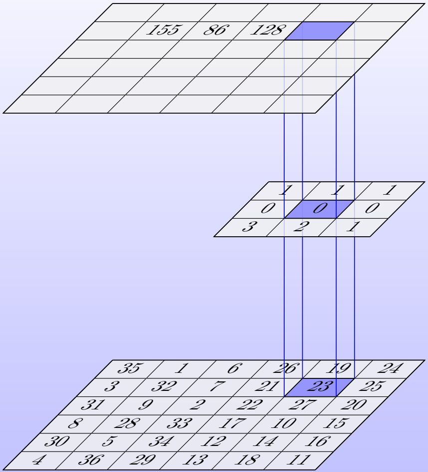


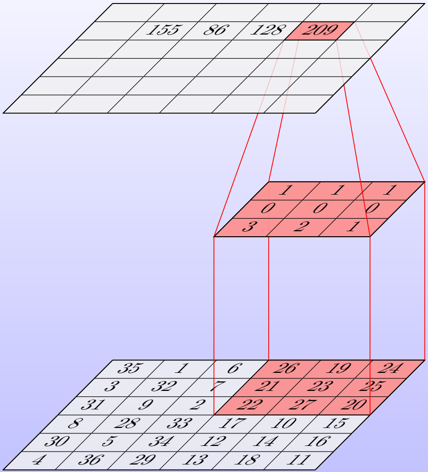

155
1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

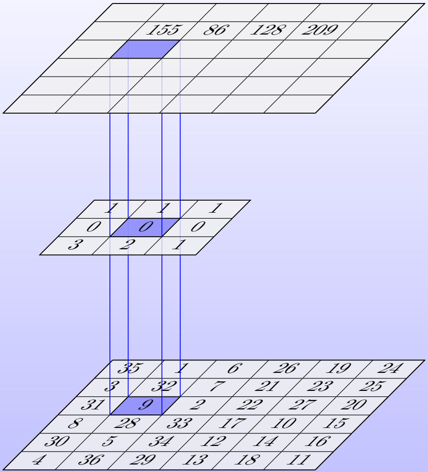

155
86
1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

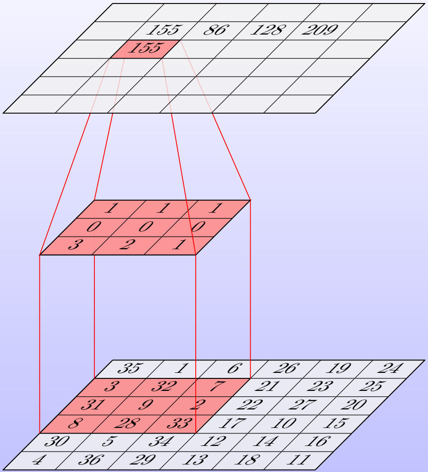

155 86
1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

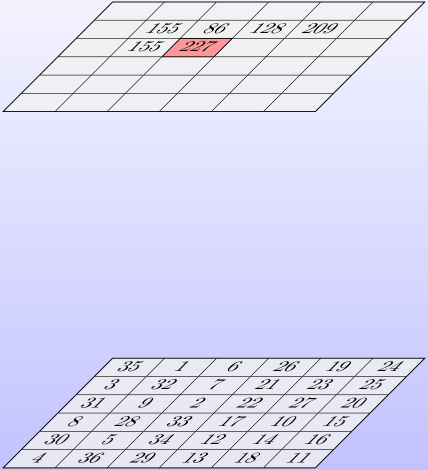

155 86 128
1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

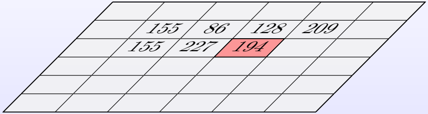

155 86 128
1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

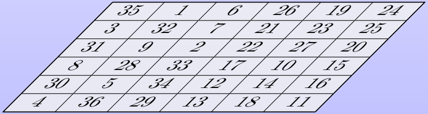

155
86
128
209
1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


155 86 128 209
1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

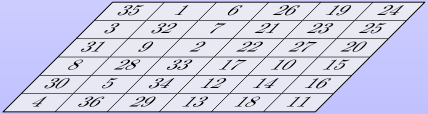

155 86 128 209
155
1 1 1
0 0 0
3 2 1
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

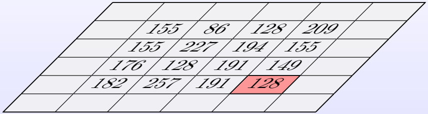

155 86 128 209
155 227
35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

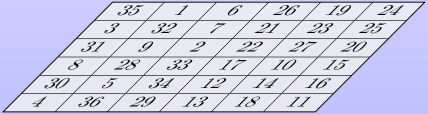

155 86 128 209
155 227 194


35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


155 86 128 209
155 227 194 155


35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11


155 86 128 209
155 227 194 155
176 128 191 149
182 257 191 128


35 1 6 26 19 24
3 32 7 21 23 25
31 9 2 22 27 20
8 28 33 17 10 15
30 5 34 12 14 16
4 36 29 13 18 11

Dla maski 3×3 tablica współczynników przyjmuje postać

$$h = \begin{array}{|c|c|c|} \hline h(1,1) & h(1,0) & h(1,-1) \\ \hline h(0,1) & h(0,0) & h(0,-1) \\ \hline h(-1,1) & h(-1,0) & h(-1,-1) \\ \hline \end{array}$$

3	7	6	12	...
8	7	10	6	...
14	13	8	5	...
1	12	5	2	...
2	8	2	6	...
...	...	...	...	...

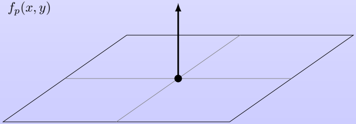
Elementy brzegowe

Dla elementów skrajnych pojawia się problem z wyznaczeniem splotu (szerokość pasa zależy od promienia maski). Wtedy korzysta się z jednej z następujących możliwości

- splot obliczany jest tylko w tych punktach w których maska nie wystaje poza obraz. Obraz po filtracji jest mniejszy od oryginalnego;
- splot obliczany jest tylko w tych punktach w których maska nie wystaje poza obraz. Piksele brzegowe, które nie są filtrowane przepisuje się bez zmian.
- wartości pikseli poza obszarem równe są zero $\longrightarrow$ obraz wynikowy ma te same rozmiary co oryginał, ale pojawiają się zafałszowania na brzegach;
- uzupełnia się brakujące wartości np. metodą lustrzanego odbicia krawędzi obrazu. Zafałszowania są mniejsze niż w poprzednim przypadku.

Obrazy testowe dla filtrów lokalnych

$$f_p(x,y) = \delta(x,y)$$



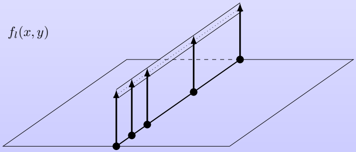
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

PSF – Point Spread Function

$$g_p(x,y) = (f_p * h)(x,y) = h(x,y)$$

Obrazy testowe dla filtrów lokalnych

$$f_l(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x, y-\eta)\,\mathrm{d}\eta$$



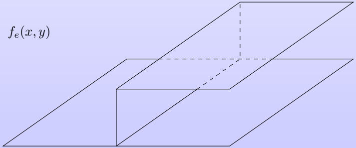
0	0	1	0	0
0	0	1	0	0
0	0	1	0	0
0	0	1	0	0
0	0	1	0	0

LSF – Line Spread Function

$$g_l(x,y) = (f_l * h)(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y-\eta)\,\mathrm{d}\eta$$

Obrazy testowe dla filtrów lokalnych

$$f_e(x, y) = \int_{-\infty}^{x} f_l(\vartheta, y)\, \mathrm{d}\vartheta$$



0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1
0	0	1	1	1

ESF – Edge Spread Function

$$g_e(x, y) = (f_e * h)(x, y) = \int_{-\infty}^{x} g_l(\vartheta, y)\, \mathrm{d}\vartheta$$

Wygładzanie obrazu

- Każda maska o nieujemnych wartościach wag przeprowadza jakiś rodzaj wygładzenia.
- Przykład: filtr jednorodny

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \hline \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \hline \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \hline \end{array} = \frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|}\hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

- Suma wag maski powinna wynosić 1.
- $g(i,j) = \sum_{k,l \in S_{ij}} f(k,l)$

Wygładzanie obrazu

- Uśrednia wartości obrazu. Prowadzi do usunięcia drobnych zakłóceń i wygładzenia krawędzi obiektów oraz efektów falowania.
- Rozmywa kontury, zmniejsza ostrość i pogarsza rozpoznawalność kształtów.
- Zwiększenie rozmiaru maski filtru powoduje silniejsze rozmycie.
- W celu zmniejszenia negatywnych skutków filtracji zwiększa się wagę punktu centralnego.

1	1	1
1	2	1
1	1	1

Oryginał

Blur 3×3“

Blur 3×3

Blur 5×5“

Wygładzanie obrazu – filtr Gaussa

- Współczynniki maski stanowią aproksymację dwuwymiarowej funkcji Gaussa
- Największą wagę ma punkt centralny, a pozostałe mają tym mniejszą wagę im większa jest ich odległość od elementu centralnego.

1	2	1
2	4	2
1	2	1

1	2	4	2	1
2	4	8	4	2
4	8	16	8	4
2	4	8	4	2
1	2	4	2	1

- $g(i,j) = \sum_{k=0}^{2r} \frac{(2r)!}{(2r-k)!k!} \sum_{l=0}^{2r} \frac{(2r)!}{(2r-l)!l!} f(i+r-k, j+r-l)$

Gauss 3×3

Gauss 5×5"

Usuwanie zakłóceń

- Usuwanie zakłóceń za pomocą filtrów liniowych nie jest fizyczną eliminacją zakłócenia.
- Filtry liniowe osłabiają i rozpraszają zakłócenia na piksele sąsiednie oraz wprowadzają do obrazu nowe wartości.

0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	255	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

0	0	0	0	0
0	28	28	28	0
0	28	28	28	0
0	28	28	28	0
0	0	0	0	0

0	0	0	0	0
0	16	32	16	0
0	32	64	32	0
0	16	32	16	0
0	0	0	0	0

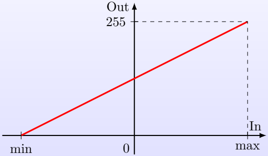
Gradient

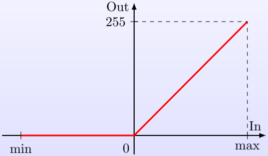
- Uogólnienie pojęcia pochodnej na przypadek funkcji wielu zmiennych (np. dwóch zmiennych $f(x, y)$).
- Gradient jest polem wektorowym

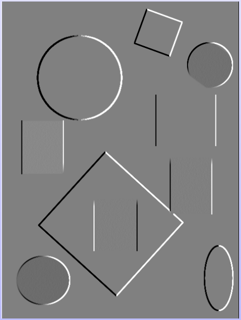
$$\nabla f = \begin{bmatrix} \nabla_x f & \nabla_y f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix},$$

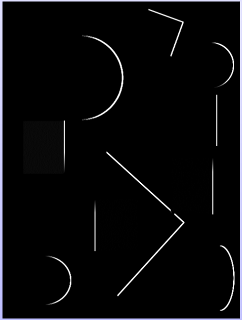
$$\nabla f \approx \begin{bmatrix} \frac{f(x+h,y)-f(x,y)}{h} & \frac{f(x,y+h)-f(x,y)}{h} \end{bmatrix}.$$

- Pokazuje kierunek wzrostu jasności.


Out
255
In
min
0
max


Out
255
In
min
0
max

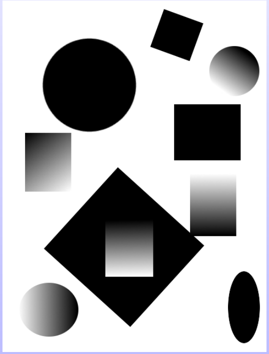


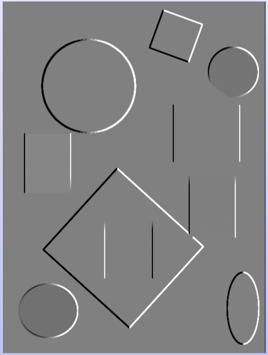


Maski Prewitta

$$\nabla_x f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}$$

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

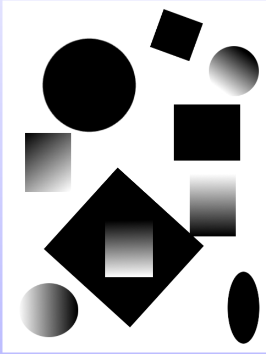


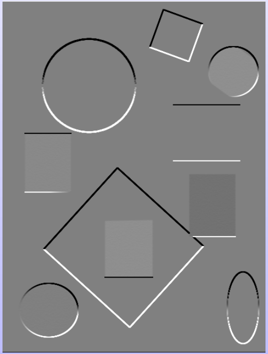


Maski Prewitta

$$\nabla_y f = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1



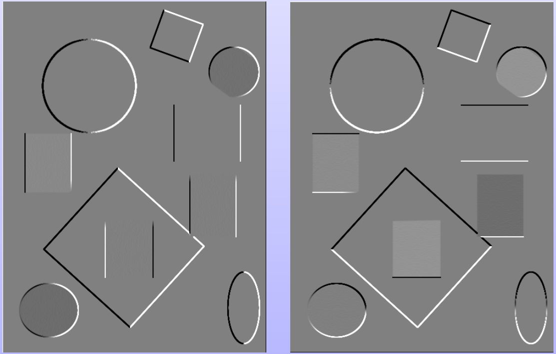


Maski Sobela

- Można wzmacniać wpływ bezpośrednio najbliższego otoczenia piksela dla którego wyznaczana jest wartość.

−1	0	1
−2	0	2
−1	0	1

−1	−2	−1
0	0	0
1	2	1



Laplasjan

- Operator różniczkowy drugiego rzędu, mierzący lokalną zmienność gradientu.

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx \frac{f(x+h,y) - 2f(x,y) + f(x-h,y)}{h^2}$$

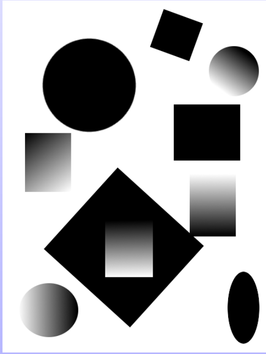
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \approx \frac{f(x,y+h) - 2f(x,y) + f(x,y-h)}{h^2}$$

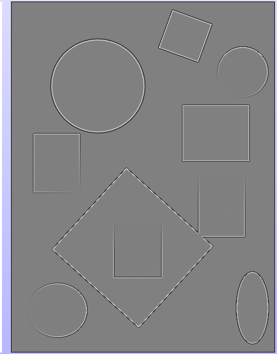
- Pole skalarne.

Filtr Laplace'a

- Wykrywa i podkreśla krawędzie niezależnie od ich kierunku.
- Każda krawędź odzwierciedlana jest przejściem wartości Laplasjanu przez zero. Przejście to dokładnie lokalizuje krawędź.

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

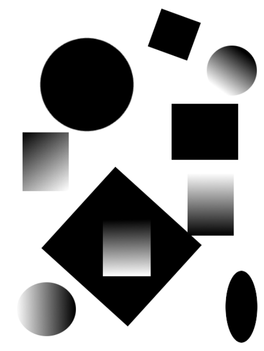


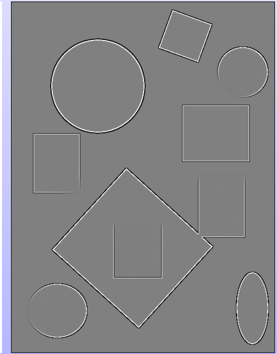


Filtr Laplace'a

- Wykrywa i podkreśla krawędzie niezależnie od ich kierunku.
- Każda krawędź odzwierciedlana jest przejściem wartości Laplasjanu przez zero. Przejście to dokładnie lokalizuje krawędź.

1	1	1
1	-8	1
1	1	1





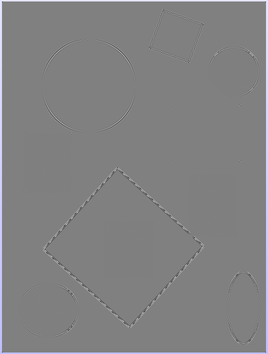
Inne definicje Laplasjanu

-1	2	-1
2	-4	2
-1	2	-1

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

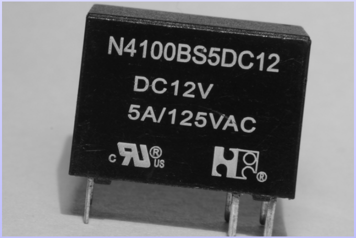
-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

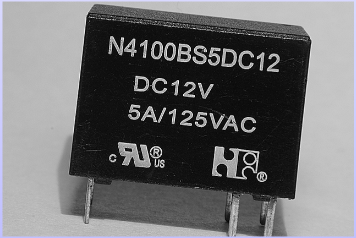
1	-2	1
-2	5	-2
1	-2	1



Poprawianie krawędzi

0	−1	0
−1	5	−1
0	−1	0





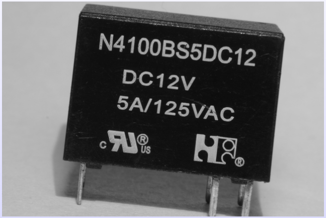
Wyostrzanie obrazu

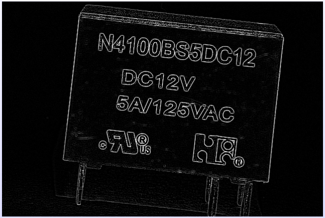
- Laplasjan jest ważnym narzędziem służącym do wyostrzania obrazu. Wyostrzony obraz otrzymuje się poprzez odjęcie (dodanie) do obrazu wejściowego obrazu będącego wynikiem przetwarzania z maską Laplace'a

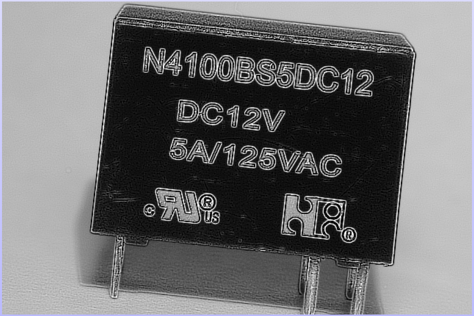
$$\bar{f}(x, y) = f(x, y) \pm \Delta f(x, y).$$

- Efekt wyostrzenia można dodatkowo wzmocnić poprzez czynnik skalujący, zwiększający wagę obrazu będącego wynikiem zastosowania filtru Laplace'a

$$\bar{f}(x, y) = f(x, y) \pm k\Delta f(x, y).$$


N4100BS5DC12
DC12V
5A/125VAC

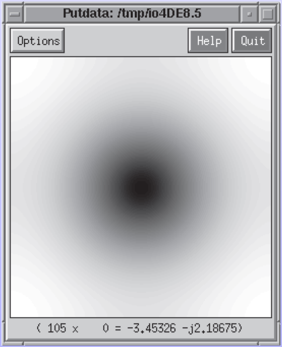

N4100BS5DC12
DC12V
5A/125VAC


N4100BS5DC12
DC12V
5A/125VAC

Analiza widmowa splotu

$$F(f * h) = F(f)F(h)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & -20 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$



Filtry nieliniowe

- Każde filtrowanie nie dające się przedstawić za pomocą splotu.
  - filtry logiczne
  - filtr medianowy
  - filtr maksymalny
  - filtr minimalny
  - filtry kombinowane

Filtry logiczne

- Badają wartości wyrażeń logicznych opisujących związki pomiędzy punktami z wybranego sąsiedztwa.

	a	
b	X	c
	d	

- Przykłady:
  - Wyeliminowanie zakłóceń będących izolowanymi punktami i poziomych linii o szerokości jednego piksela

$$X' = \begin{cases} a, & \text{jeśli } a = d, \\ X, & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases}$$

  - Usunięcie izolowanych punktów

$$X' = \begin{cases} a, & \text{jeśli } a = b = c = d, \\ X, & \text{w przeciwnym wypadku} \end{cases}$$

Filtr medianowy

- Wynik zastosowania filtru: mediana jasności pikseli leżących pod maską.
- Posiada dobre właściwości zachowywania krawędzi.
- Nie wprowadza nowych wartości $\longrightarrow$ obraz nie wymaga dodatkowego skalowania.
- Całkowite usuwanie silnych zakłóceń impulsowych.
- Jedynym parametrem jest rozmiar maski (nie zawiera żadnych wag).
- Ma tendencję do „obgryzania narożników".
- Dla dużych masek filtrowanie może trwać długo.

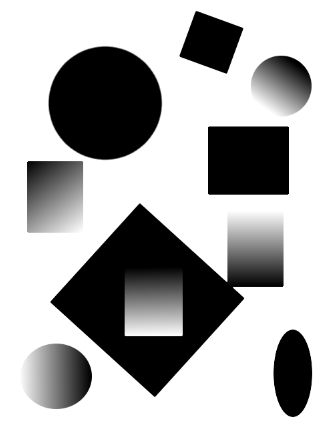
Filtr medianowy

Maska 3×3

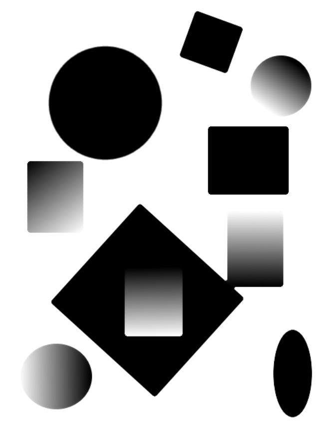
Maska 7×7

Filtr medianowy

Maska 3×3



Maska 7×7



Inne filtry nieliniowe

- Filtr minimalny
  - działa erozyjnie na obraz,
  - zmniejsza globalną jasność.
- Filtr maksymalny
  - działa ekspansywnie na obraz,
  - zwiększa globalną jasność.

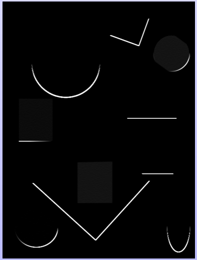
Filtr kombinowany wykrywający krawędzie

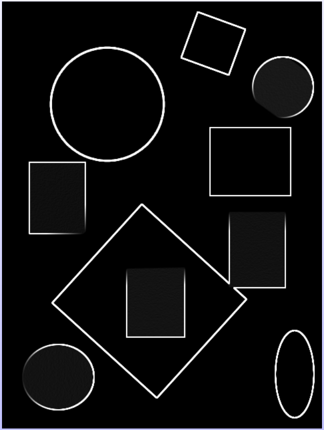
- Idea polega na kolejnym zastosowaniu dwóch gradientów w prostopadłych do siebie kierunkach.
- Wynik: obraz o dobrze podkreślonych konturach niezależnie od kierunku ich przebiegu.
- Do „połączenia” możemy zastosować
  - normę Euklidesową

$$\bar{f} = \sqrt{(\nabla_x f)^2 + (\nabla_y f)^2}$$

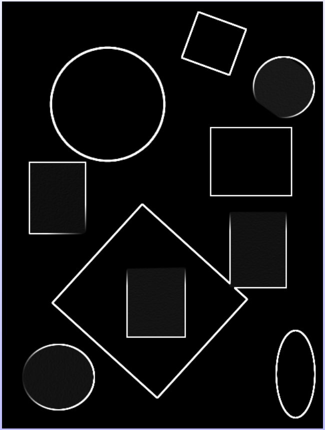
  - formułę modułową (norma taksówkowa)

$$\bar{f} = |\nabla_x f| + |\nabla_y f|$$





Norma Euklidesowa



Filtr Laplace'a