

Cyfrowe przetwarzanie obrazów i sygnałów

Wykład 3

AiR III

Joanna Ratajczak

KCiR (W4/K7)

Copyright © 2015 Joanna Ratajczak¹

¹Niniejszy dokument zawiera materiały do wykładu z przedmiotu Cyfrowe Przetwarzanie Obrazów i Sygnałów. Jest on udostępniony pod warunkiem wykorzystania wyłącznie do własnych, prywatnych potrzeb i może być kopiowany wyłącznie w całości, razem ze stroną tytułową.

Histogram obrazu cyfrowego jest wykresem przedstawiającym ilość punktów o danej jasności (barwie) w obrazie. Stanowi on globalną charakterystykę obrazu.

Histogram

$$H(k) = \text{card}\{(x, y) : f(x, y) = k\} \quad \text{dla} \quad k = 0, \dots, L - 1$$

$$\sum_{k=0}^{L-1} H(k) = WH$$

Histogram znormalizowany

$$H_n(k) = \frac{1}{WH} H(k)$$

Ogólnie

$$f: X \times Y \rightarrow Z$$

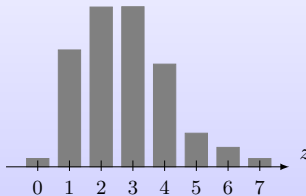
$$f^{-1}(z) = \{(x, y) : f(x, y) = z\}$$

$$H(z) = \int \chi_{f^{-1}(z)} dx dy$$

Histogram



8 poziomów jasności



poziom 0



poziom 1



poziom 2



poziom 3



poziom 4



poziom 5



poziom 6

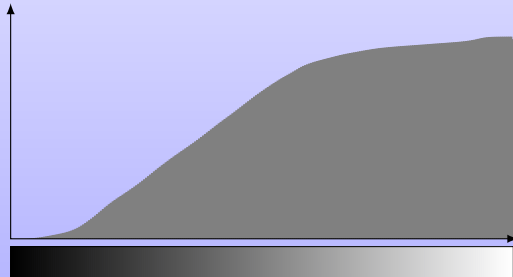
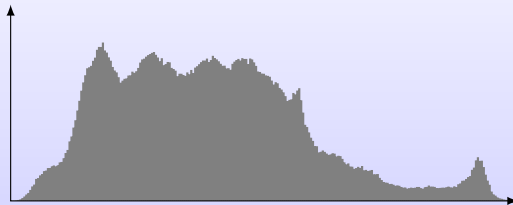


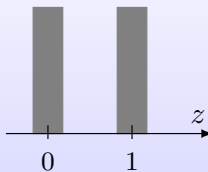
poziom 7

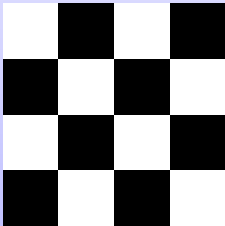
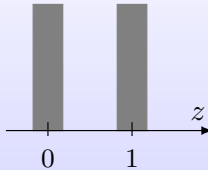
Histogram i histogram kumulacyjny

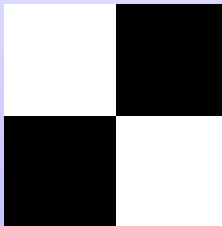
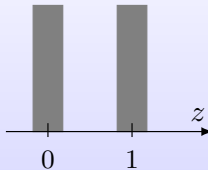


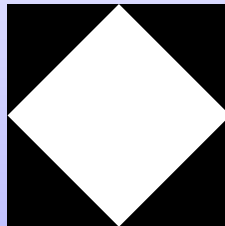
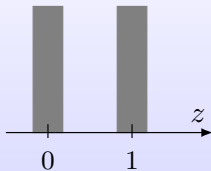
256 poziomów
jasności

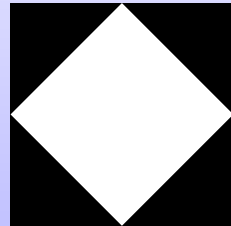
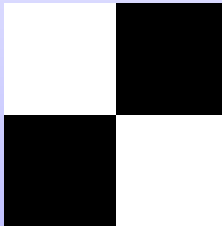
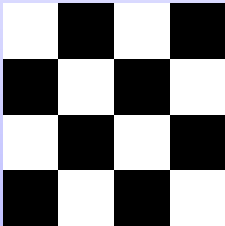
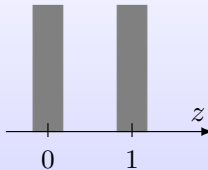












Przykłady



Zdjęcie niedoświetlone



Zdjęcie poprawne



Przykłady



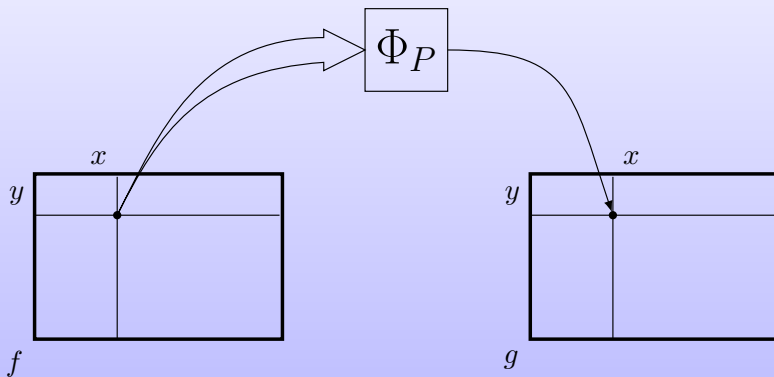
Zdjęcie prześwietlone



Zdjęcie poprawne

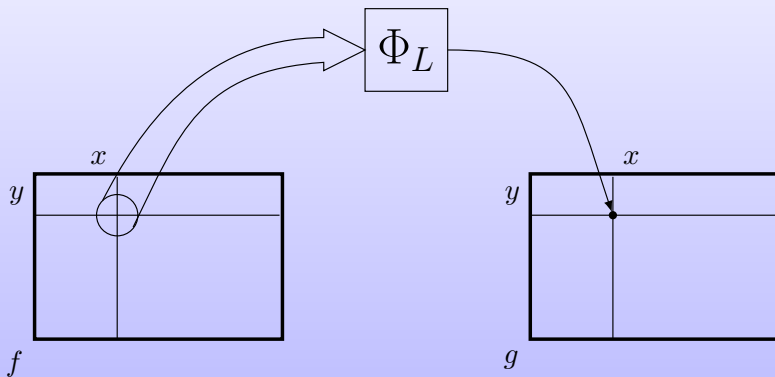


Typy transformacji obrazów



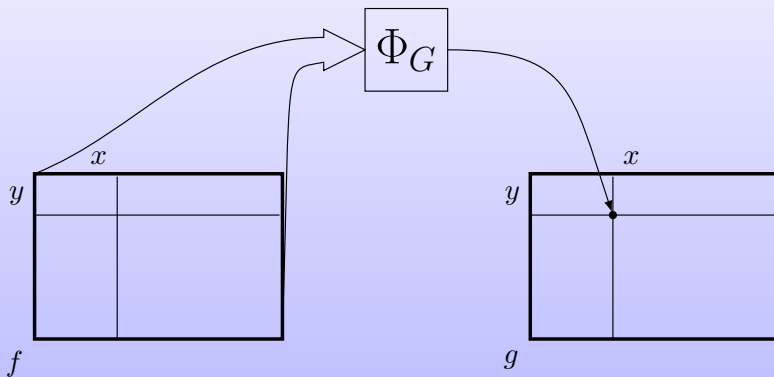
Transformacja punktowa

Typy transformacji obrazów



Transformacja lokalna

Typy transformacji obrazów



Transformacja globalna

Przekształcenia punktowe

- Operacje na pojedynczych pikselach obrazu.
- Poszczególne elementy obrazu są modyfikowane niezależnie od stanu elementów sąsiadujących.
- Relacje geometryczne pozostają bez zmian.
- Operacje te mają na celu uwidocznienie pewnych treści zawartych w obrazie (nie wprowadzają nowych informacji do obrazu).
- Wszystkie piksele o jednakowej jasności są traktowane identycznie.
- Cele:
 - poprawa kontrastu, jasności,
 - utworzenie negatywu,
 - zmiana palety barw, ...

Transformacje punktowe obrazów

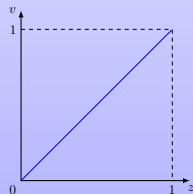
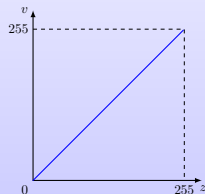
$$g(x, y) = T(f(x, y))$$

$$v = T(z)$$

Normalizacja dziedziny i przeciwdziedziny

$$0 \leq z \leq 1, \quad v = T(z)$$

$$0 \leq T(z) \leq 1, \quad z = T^{-1}(v)$$



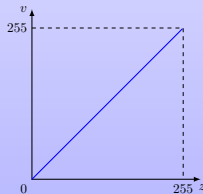
Tablica LUT (Look-up Table)

- tablica określająca wartość piksela po operacji
- zaoszczędzenie czasu potrzebnego na obliczeń
- przydatna przy powtarzalnych obliczeniach

LUT operacji tożsamościowej

z	$v=T(z)$
0	0
1	1
2	2
\vdots	\vdots
254	254
255	255

graficzna reprezentacja LUT



Transformacje punktowe obrazów

$H_n(z)$ – histogram obrazu oryginalnego

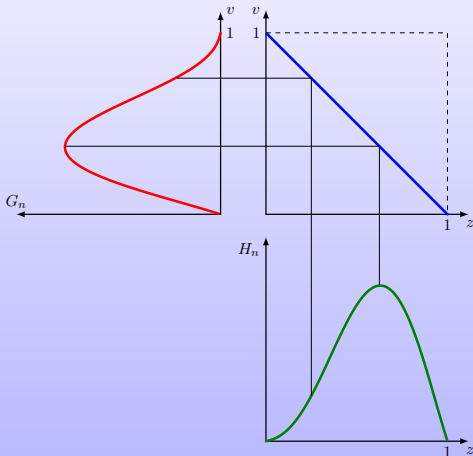
$G_n(v)$ – histogram obrazu po transformacji T

$$G_n(v) = \left[H_n(z) \frac{dz}{dv} \right]_{z=T^{-1}(v)}$$

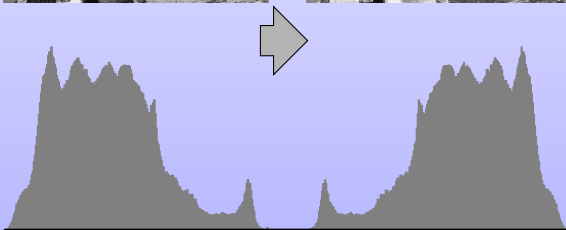
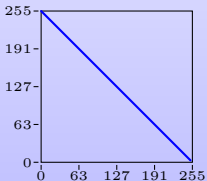
Przykład T (negatyw):

$$T(z) = 1 - z$$

Negatyw obrazu

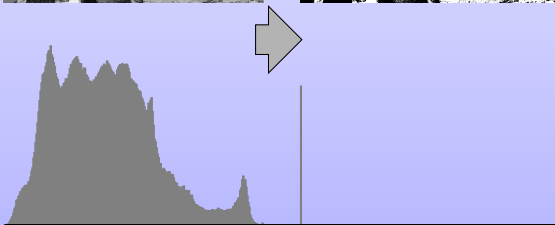
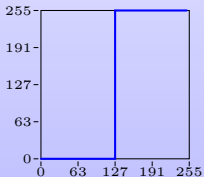


Negatyw obrazu

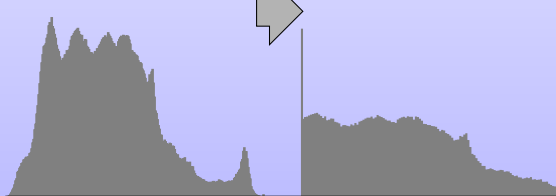
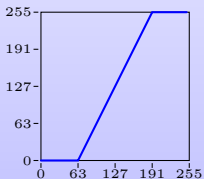


Progowanie

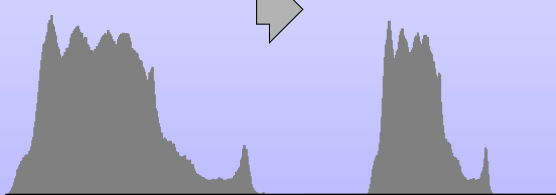
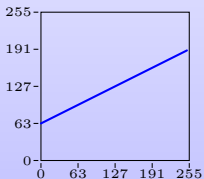
$$g(x, y) = \begin{cases} 1, & f(x, y) > p \\ 0, & f(x, y) \leq p \end{cases}$$



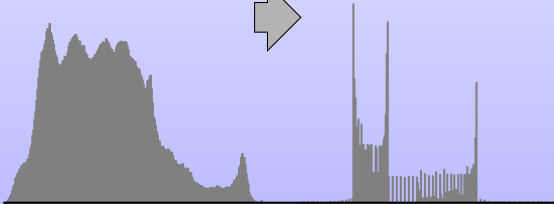
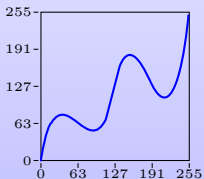
Zwiększenie kontrastu (normalizacja)



Zmniejszenie kontrastu



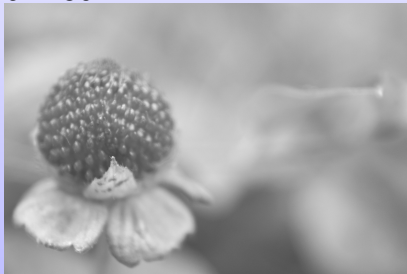
Dowolna transformacja – funkcja nieliniowa



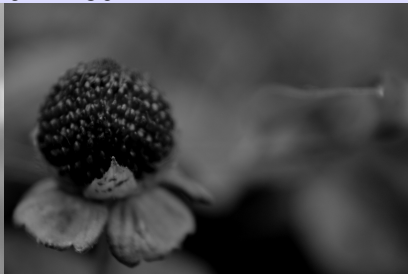
Dodawanie (odejmowanie) stałej

$$g(x, y) = f(x, y) \pm b$$

$b = 50$



$b = -50$



Dodawanie (odejmowanie) obrazów

$$g(x, y) = f_1(x, y) \pm f_2(x, y)$$



Dodawanie (odejmowanie) obrazów

$$g(x, y) = f_1(x, y) \pm f_2(x, y)$$



Dodawanie (odejmowanie) obrazów

$$g(x, y) = f_1(x, y) \pm f_2(x, y)$$



Mieszanie obrazów

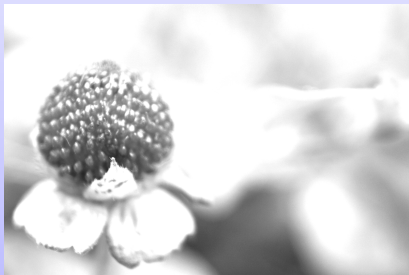
$$g(x, y) = \alpha_1 f_1(x, y) + \alpha_2 f_2(x, y) + \dots + \alpha_n f_n(x, y),$$
$$\sum_{i=1}^N \alpha_i = 1$$



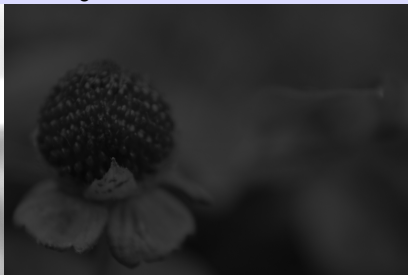
Mnożenie (dzielenie) przez stałą

$$g(x, y) = af(x, y)$$

$$a = 2$$

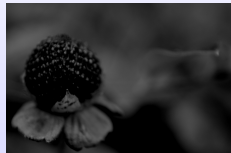


$$a = \frac{1}{3}$$



Potęgowanie

$$g(x, y) = f^\gamma(x, y)$$



$\gamma = 2$

$\gamma = 3$

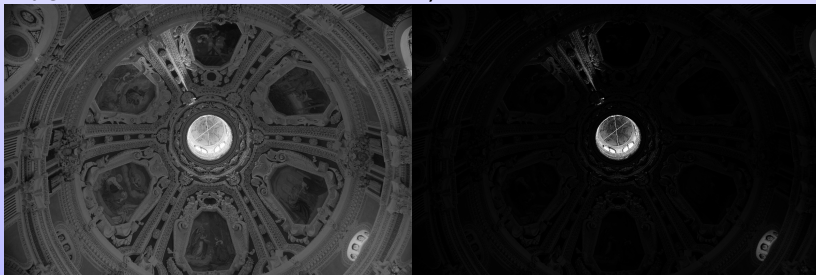


Potęgowanie

$$\text{Normalizacja } g(x, y) = 255 \left(\frac{f(x, y)}{f_{max}} \right)^\gamma$$

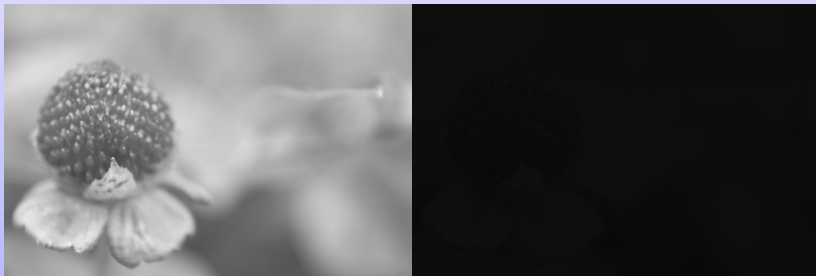
oryginał

$\gamma = 2$



Pierwiastkowanie

$$g(x, y) = \sqrt{f(x, y)}$$



Pierwiastkowanie

Normalizacja $g(x, y) = 255 \sqrt{\frac{f(x, y)}{f_{\max}}}$



Logarytmowanie

$$g(x, y) = \log(f(x, y) + 1)$$

Normalizacja $g(x, y) = 255 \frac{\log(f(x, y) + 1)}{\log(f_{max} + 1)}$

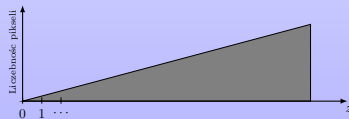
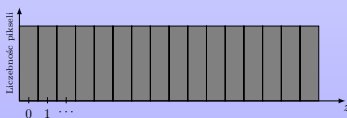


Problem z wartościami spoza zakresu

- Przekroczenie maksymalnej wartości
 - Przeskalowanie obrazu wynikowego do oryginalnej skali.
 - Ustawienie wartości przekraczających zakres na *max*.
 - Efekt cykliczności – wartość wynikowa modulo *max*.
- Problem z wartościami ujemnymi
 - Wartość bezwzględna.
 - Ustawienie wartości ujemnych na *min*.
 - Wartość wynikowa modulo *max*.

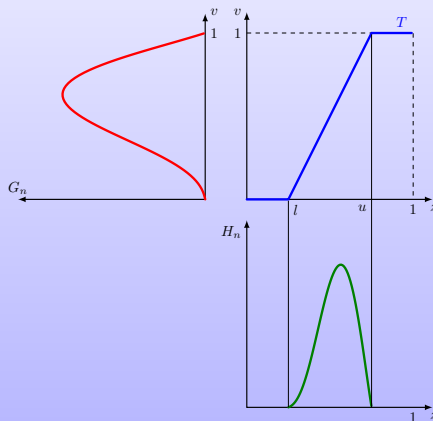
Operacje na histogramie

- 1 Rozciąganie histogramu** – prowadzi do rozciągnięcia zakresu wartości składowych tak, aby histogram obejmował wszystkie wartości jasności.
- 2 Wyrównywanie histogramu** – ma na celu takie dobranie wartości, aby histogram był możliwie "płaski".
 - mają na celu poprawę kontrastu obrazu
 - zmieniają histogram



Rozciąganie histogramu (stretching)

$$g(x, y) = \frac{255}{f_{max} - f_{min}} (f(x, y) - f_{min})$$



Wyrównywanie histogramu (equalization)

$$H_n(z_k) = \frac{n_k}{n}, \quad 0 \leq z_k \leq 1, \quad k = 0, \dots, L - 1$$

L – liczba poziomów kwantyzacji,

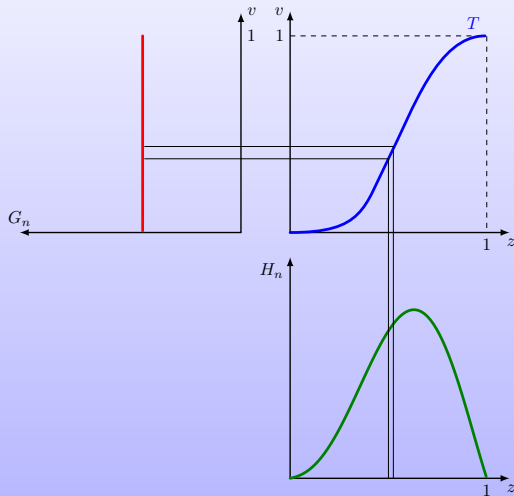
n_k – liczba punktów o jasności z_k ,

n – liczba wszystkich punktów obrazu.

$$v_k = T(z_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k H_n(z_j)$$

- Zwiększa kontrast i lepiej wykorzystuje dostępny zakres poziomów jasności.

Wyrównywanie histogramu (equalization)

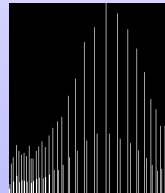
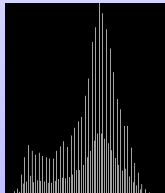
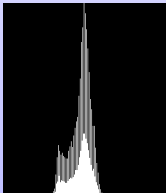
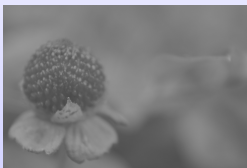


Przykładowy wynik dyskretnego wyrównywania histogramu (Gonzales, Wintz)

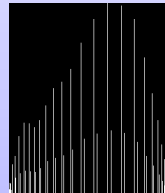
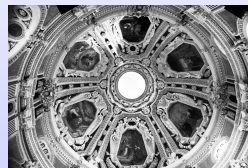
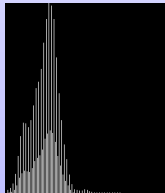
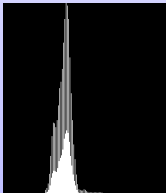
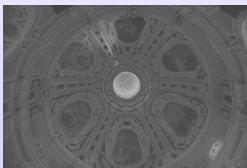
Obraz o ośmiu stopniach szarości i rozmiarze 64×64
 $K = 8$, $n = 4096$

z_k	n_k	$H(z_k) = \frac{n_k}{n}$	$w_k = \sum_{j=0}^k H(z_j)$	$v_k = w_k$
0	790	0.19	0.19	$\frac{1}{7}$
$\frac{1}{7}$	1023	0.25	0.44	$\frac{3}{7}$
$\frac{2}{7}$	850	0.21	0.65	$\frac{5}{7}$
$\frac{3}{7}$	656	0.16	0.81	$\frac{6}{7}$
$\frac{4}{7}$	329	0.08	0.89	$\frac{6}{7}$
$\frac{5}{7}$	245	0.06	0.95	1
$\frac{6}{7}$	122	0.03	0.98	1
1	81	0.02	1.00	1

Wyniki operacji histogramowych



Wyniki operacji histogramowych



Rozciąganie vs. wyrównywanie

- Obie metody poprawiają kontrast.
- Wyrównywanie histogramu daje lepsze wyniki – widać więcej szczegółów.
- Rozciąganie nie zmienia liczby poziomów jasności, tylko je rozsuwa.
- Wyrównywanie rozszerza „szczyty”, kompensuje „doliny”.
- Rozciąganie jest operacją liniową, wyrównywanie operacją nieliniową.

Histogram dwuwymiarowy

$$f: X \times Y \rightarrow Z$$

$$k: X \times Y \rightarrow V$$

$$f^{-1}(z) = \{(x, y) | f(x, y) = z\}$$

$$k^{-1}(v) = \{(x, y) | k(x, y) = v\}$$

$$H_{fk}(z, v) = \int (\chi_{f^{-1}(z)} \cap \chi_{k^{-1}(v)}) dx dy$$

Histogram dwuwymiarowy służy do badania statystycznych zależności między sąsiednimi pikselami. Mówi o tym jak wiele jest na obrazie punktów, które mają pierwszą charakterystykę równą z , a drugą równą v .

Macierz sąsiedztwa

$$C_r(z, v) = \text{card}\{(x, y) \mid \exists(\xi, \psi) \left((x, y)r(\xi, \psi) \wedge f(x, y) = z \wedge f(\xi, \psi) = v \right)\}$$
$$r \subset (X \times Y) \times (X \times Y)$$

Przykład dla sąsiedztwa prawostronnego

$$r = \{((x, y), (x + 1, y))\}$$

$$C_r(z, v) = H_{fk}(z, v)$$

$$k(x, y) = f(x + 1, y)$$

Przykład numeryczny

				z	H(z)				
						0	1	2	3
0	0	0	0	0		0			
0	1	1	1	1		1			
0	1	2	2	2		2			
0	1	2	3	3		3			

				z	H(z)				
						0	1	2	3
1	3	2	0	0		0			
2	0	1	0	1		1			
1	0	2	0	2		2			
0	0	1	1	3		3			

Przykład numeryczny

				z	H(z)					0	1	2	3	
0	0	0	0	0	7	0	3	3	0	0				
0	1	1	1	1	5	1	0	2	2	0				
0	1	2	2	2	3	2	0	0	1	1				
0	1	2	3	3	1	3	0	0	0	0				

				z	H(z)					0	1	2	3	
1	3	2	0	0	7	0	1	2	1	0				
2	0	1	0	1	5	1	2	1	0	1				
1	0	2	0	2	3	2	3	0	0	0				
0	0	1	1	3	1	3	0	0	1	0				

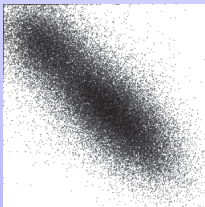
Macierz sąsiedztwa

Duże wyrazy C_r skupione w pobliżu przekątnej oznaczają, że w sąsiedztwie punktów o danej jasności są przeważnie punkty o jasnościach zbliżonych (obraz 1), co oznacza wolnozmiennność jasności i małą ilość drobnych szczegółów.

Oddalenie dużych wyrazów C_r od przekątnej (obraz 2) wiąże się z występowaniem dużej ilości gwałtownych zmian jasności (krawędzi, drobnych szczegółów).

Ilustracja własności macierzy sąsiedztwa

Obraz ostry



Obraz nieostry

