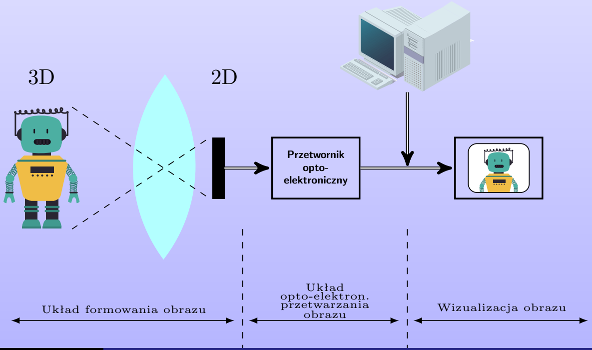
Cyfrowe przetwarzanie obrazów i sygnałów
Wykład 2
AiR III

Joanna Ratajczak

KCiR (W4/K7)

Tor wizyjny systemu przetwarzania obrazów

Tor wizyjny jest to zespół układów optycznych i elektronicznych służących do przetwarzania obrazu optycznego na sygnały elektryczne oraz odwzorowania obrazu na urządzeniach wyświetlających.



Obraz cyfrowy

Akwizycja obrazu jest procesem zamiany energii świetlnej pochodzącej od punktów obserwowanej sceny na sygnał elektryczny dogodny do rejestracji i przechowywania.

Urządzenia do elektronicznej rejestracji obrazów:

- kamera CCD,
- cyfrowy aparat fotograficzny,
- skaner...

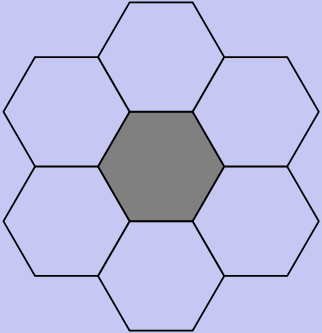
Obraz cyfrowy

Etapy pozyskiwania obrazu

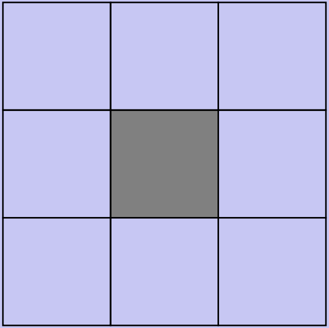
1. Scena 3D
2. Układ optyczny
3. Obraz analogowy 2D
4. Przetwornik optoelektroniczny
5. Sygnał wizyjny
6. Przetwornik AC
7. Obraz cyfrowy 2D
8. Przetwarzanie obrazu

Cyfrowa reprezentacja obrazu

Sposoby rozmieszczania cyfrowych elementów obrazu:

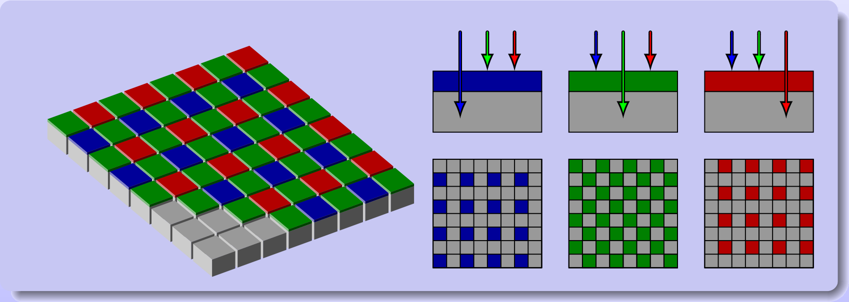


Siatka heksagonalna

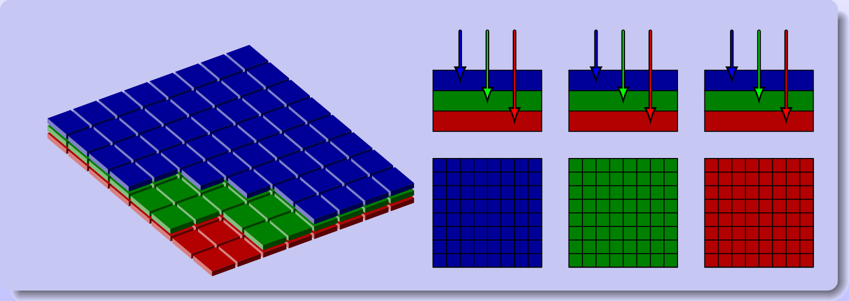


Siatka kwadratowa

Przetwornik optoelektroniczny



Przetwornik optoelektroniczny

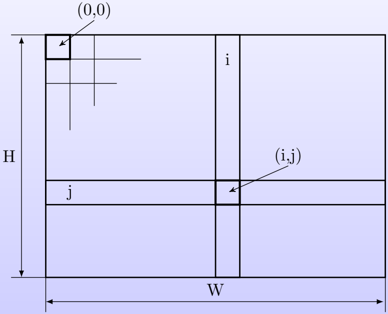


Obraz cyfrowy

Analiza obrazu przez system komputerowy wymaga przetworzenia z postaci analogowej na postać cyfrową. Aby przedstawić obraz rzeczywisty w postaci skończonej liczby wartości funkcji jasności należy poddać go procesom

- **dyskretyzacji** – realizowanej przez dwuwymiarowe próbkowanie w ściśle określonych miejscach przestrzeni,
- **kwantyzacji** – polegającej na podziale zakresu wartości jasności na przedziały i przypisaniu każdemu punktowi wybranej wartości dyskretnej.

Cyfrowa reprezentacja obrazu



- Macierz dwuwymiarowa (H, W) o H wierszach i W kolumnach, której elementy przyjmują skończoną liczbę wartości i są nieujemne.
- Funkcja obrazowa $f(x, y) = 0, 1, \ldots, L - 1$, gdzie $x = 0, 1, \ldots, H - 1$, $y = 0, 1, \ldots, W - 1$, a L określa liczbę poziomów szarości (np. $L = 256$).

Klasy obrazów cyfrowych

- Obrazy binarne
  - piksele przyjmują wartości 0 lub 1 ($f(x, y) = 0, 1$), $L = 2$,
  - reprezentacja na pojedyńczym bicie.
- Obrazy monochromatyczne
  - obraz o wielu poziomach szarości, najczęściej $L = 256$,
  - reprezentacja na jednym bajcie (8 bitów, $2^8 = 256$).
- Obrazy kolorowe
  - dla modelu RGB – $f(x, y) = R(x, y)G(x, y)B(x, y)$,
  - najczęściej 8 bitów na każdą składową ($2^{24} = 16777216$ kolorów).

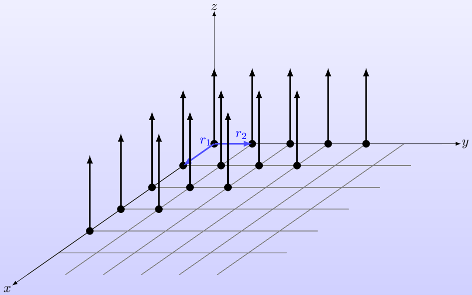
Dyskretyzacja a kwantyzacja

$$f\colon R \times R \to R$$

$$f\colon (x,y) \to f(x,y)$$

$$\begin{array}{ccc}
f\colon R \times R & \xrightarrow{\text{dyskretyzacja}} & f_d\colon I \times I \to R \\
\Big\downarrow \text{kwantyzacja} & & \Big\downarrow \text{kwantyzacja} \\
f_k\colon R \times R \to I & \xrightarrow{\text{dyskretyzacja}} & g\colon I \times I \to I
\end{array}$$

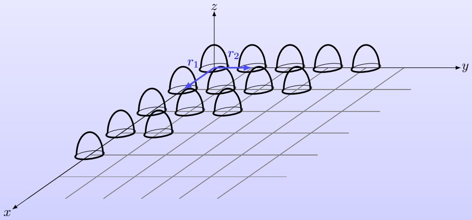
Idealny przetwornik obrazowy



$$\begin{cases} \delta(v,w) = 0 \Leftrightarrow (v,w) \neq (0,0) \\ \int_{R\times R} \delta(v,w)\, dv\, dw = 1 \end{cases}$$

$$\int_{R\times R} f(x,y)\delta(v-x,w-y)\, dx\, dy = f(v,w)$$

Rzeczywisty przetwornik obrazowy

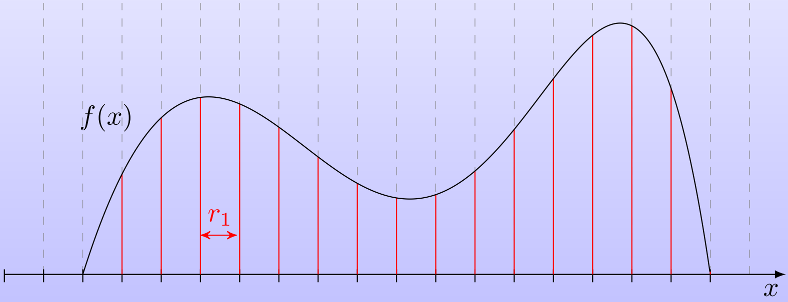


$$g(v,w) = \int_{R\times R} f(x,y)\gamma(v-x, w-y)\, dx\, dy$$

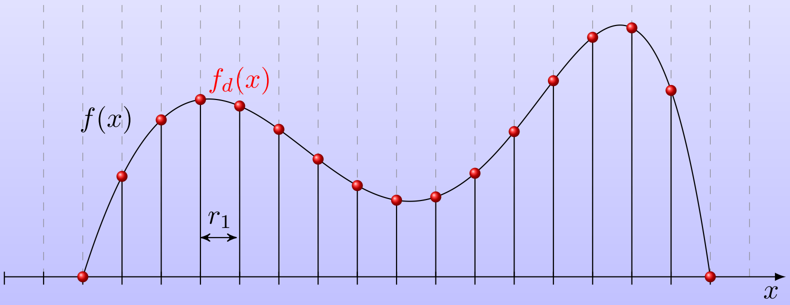
$$g(v,w) = \int_{R\times R} f(x,y)\gamma_1(v,w,x,y)\, dx\, dy$$

Próbkowanie sygnału ciągłego

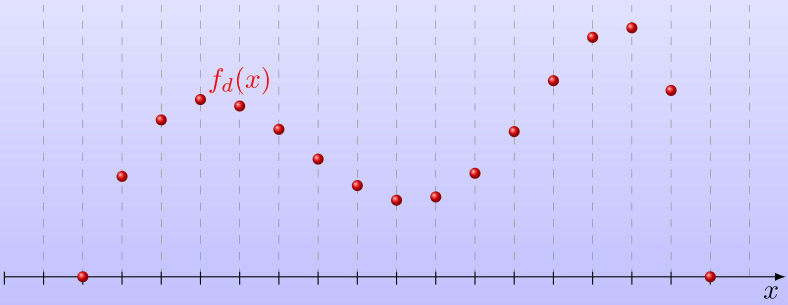
Próbkowanie sygnału ciągłego



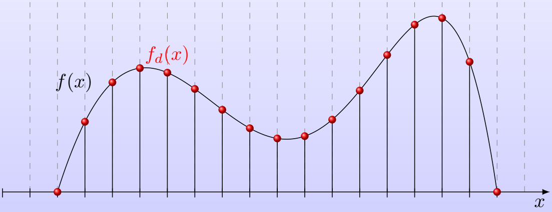
Próbkowanie sygnału ciągłego

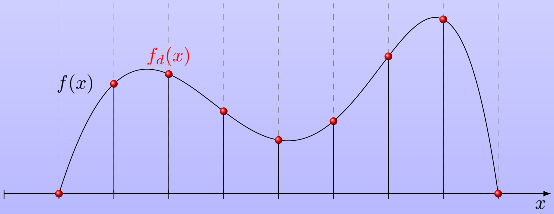


Próbkowanie sygnału ciągłego

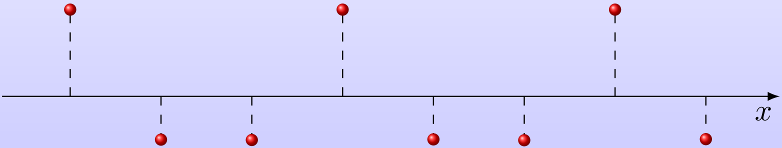


Jak często próbkować?



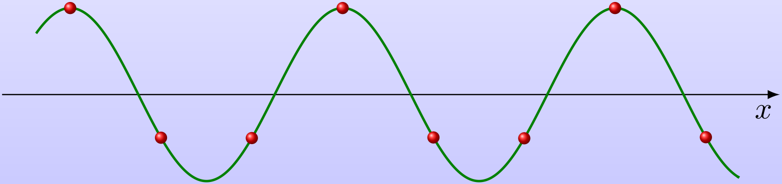


Jak często próbkować?

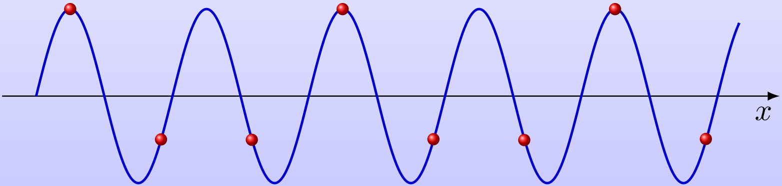


Jaka to funkcja?

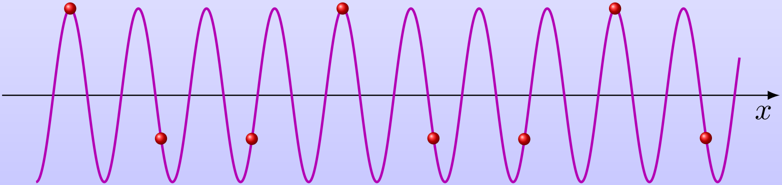
Jak często próbkować?



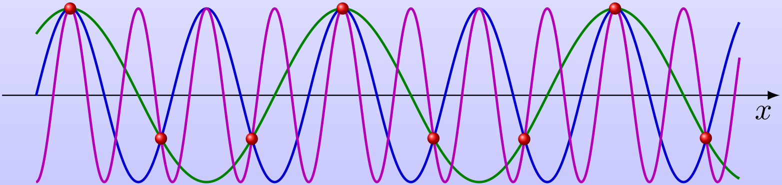
Jak często próbkować?



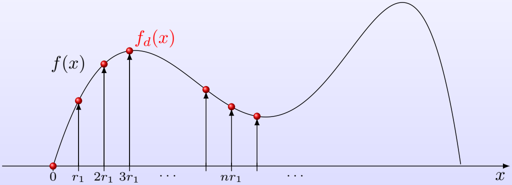
Jak często próbkować?



Jak często próbkować?



Próbkowanie sygnału ciągłego



$$f_d(x) = f(x)\sum_n \delta(x - nr_1)$$

$$F_d(u) = F(u) * \frac{1}{r_1}\sum_n \delta(u - \frac{n}{r_1})$$

$$F(u) * \delta(u - \frac{n}{r_1}) = F(u - \frac{n}{r_1})$$

$$F_d(u) = \frac{1}{r_1}\sum_n F(u - \frac{n}{r_1})$$

Odtwarzanie sygnału ciągłego

$$F_d(u) = \frac{1}{r_1} \sum_n F(u - \frac{n}{r_1})$$

Jeżeli widmo sygnału pierwotnego jest ograniczone:

$$F(u) = 0 \qquad \text{dla} \qquad |u| > \frac{1}{2r_1}$$

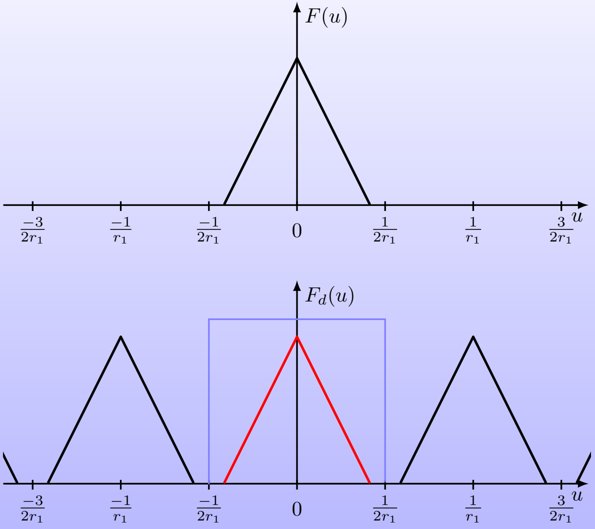
to używając maski

$$G(u) = \begin{cases} 1 & \text{dla} \quad |u| < \frac{1}{2r_1} \\ 0 & \text{dla} \quad |u| \geq \frac{1}{2r_1} \end{cases}$$

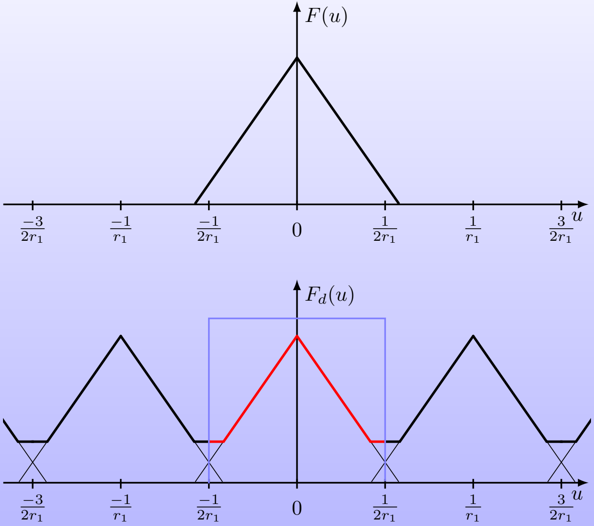
można odtworzyć sygnał pierwotny z dyskretnego

$$f(x) = \mathcal{F}^{-1}[F_d(u)G(u)].$$

Widmo sygnału o ograniczonym paśmie



Widmo sygnału o zbyt szerokim paśmie

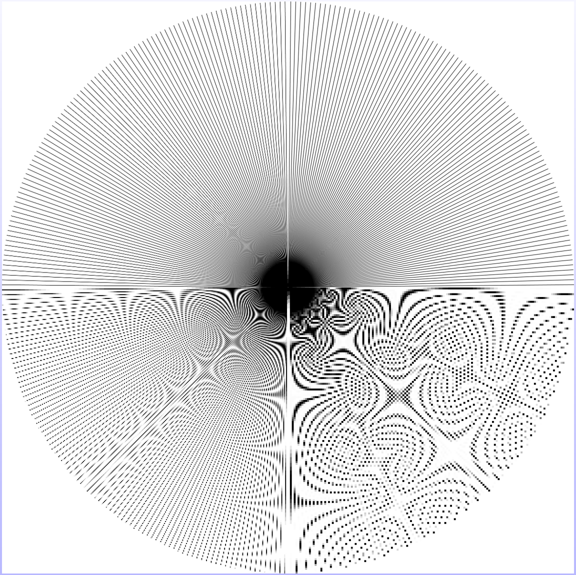


Twierdzenie o próbkowaniu (Shannon)

Jeżeli w sygnale zawarte są składowe harmoniczne o częstotliwościach nieprzekraczających f_{hmax} to minimalna częstotliwość próbkowania f_{pmin} gwarantująca zachowanie pełnej informacji o sygnale wynosi

$$f_{pmin} = 2f_{hmax} = 2f_N,$$

gdzie f_N jest częstotliwością Nyquista.
Jeśli $f_s < 2f_{hmax}$ spróbkowany sygnał wykazuje fałszywą charakterystykę w dziedzinie częstotliwości – zjawisko maskowania (aliasing). W widmie przetworzonego sygnału pojawiają się błędne niskoczęstotliwościowe składowe (tzw. aliasy).



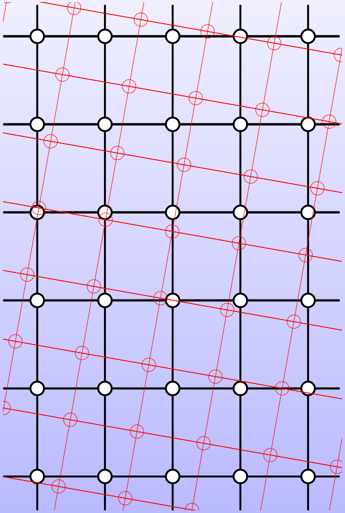
Jak przeciwdziałać zjawisku aliasingu?

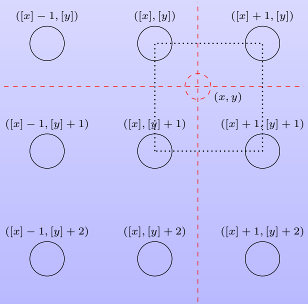
- Zwiększyć częstotliwość próbkowania.
- Obciąć wysokie częstotliwości przed próbkowaniem (filtr antyaliasingowy).

Wtórne próbkowanie

- Dopasowanie ze względu na aspekt.
- Dopasowanie ze względu na wielkość.
- Rotacja obrazu cyfrowego.

Wtórne próbkowanie (resampling)

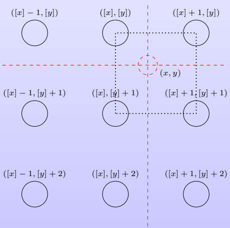




Interpolacja

- metoda najbliższego sąsiada,
- interpolacja liniowa,
- interpolacja kwadratowa,
- interpolacja sześcienna,
- ...

Metoda najbliższego sąsiada



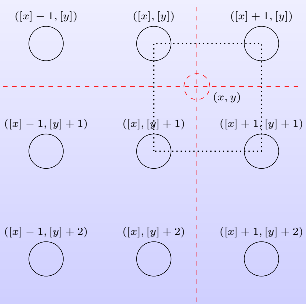
- najprostsza metoda
- powielenie koloru najbliższego odpowiednika
- słabe odwzorowanie gładkich kształtów
- szybki algorytm
- wyjściowe obrazy zawierają jedynie kolory zawarte w obrazie wejściowym – nie zmienia jasności
- zastosowanie przy powiększaniu fragmentów obrazu

Interpolacja liniowa

- wykorzystuje sąsiedztwo dwupunktowe
- wypełnia puste przestrzenie za pomocą linii prostych
- powiększone obrazy są rozmyte tylko w kierunkach pionowym lub poziomym
- nie zmienia jasności
- nieznaczna redukcja postrzępionych krawędzi

Interpolacja dwuliniowa przeprowadza interpolację liniową dwukrotnie – jeden raz w poziomie i jeden raz w pionie.

Interpolacja dwuliniowa



$$\bar{f}(x,y) = x_u\Big(y_u f(x_c+1, y_c+1) - (1-y_u) f(x_c+1, y_c)\Big) + (1-x_u)\Big(y_u f(x_c, y_c+1) - (1-y_u) f(x_c, y_c)\Big)$$

$t_c = \lfloor t \rfloor$ – część całkowita współrzędnej t

$t_u = t - \lfloor t \rfloor$ – część ułamkowa współrzędnej t

Interpolacja kwadratowa

- do interpolacji wykorzystuje wielomiany
- sąsiedztwo trzypunktowe
- nie zmienia jasności
- redukcja postrzępionych krawędzie w stosunku do NN

Interpolacja dwukwadratowa – metoda podwójnej interpolacji kwadratowej.

Interpolacja sześcienna

- do interpolacji wykorzystuje funkcję trzeciego stopnia
- stopień zaawansowania zależy od sąsiedztwa
- nie zmienia jasności
- dobre zrównoważenie pomiędzy rozmyciem a efektem postrzępionych krawędzi

600×400

300×200

150×100

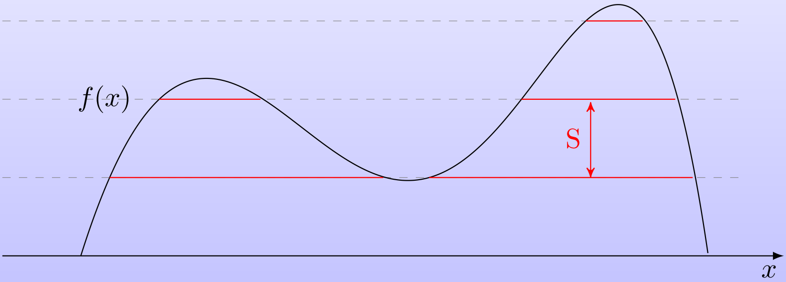
75×50

Kwantyzacja obrazu analogowego – podział zakresu zmienności danej składowej na pewną liczbę L przedziałów i przydzielenie każdemu z nich kodu binarnego.

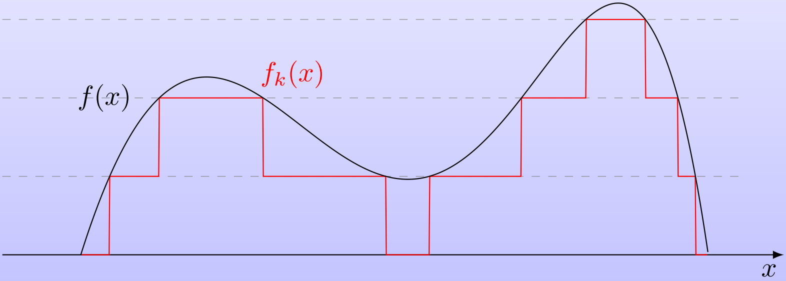
Kwantyzacja wtórna (obrazu cyfrowego) – redukcja liczby poziomów z L na L' ($L' < L$).

Kwantyzacja sygnału ciągłego

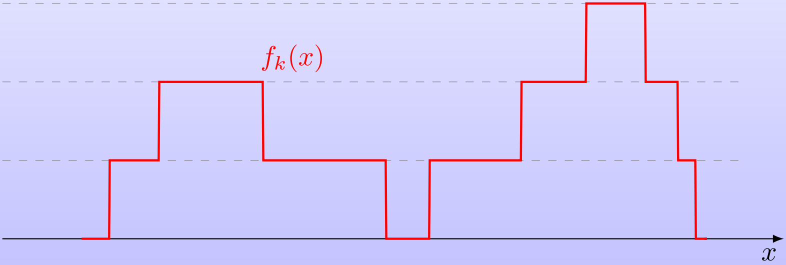
Kwantyzacja sygnału ciągłego



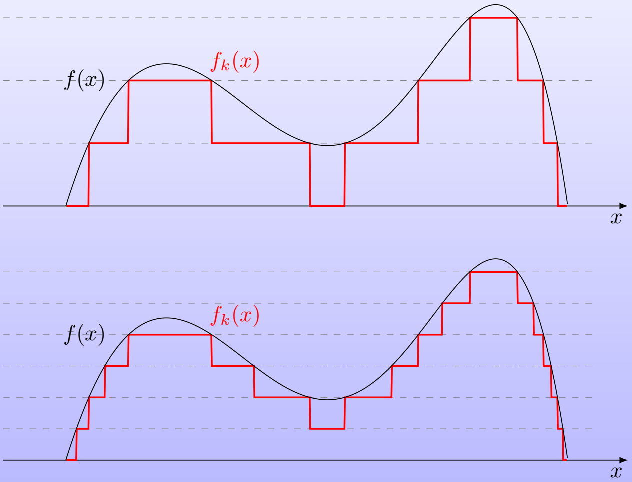
Kwantyzacja sygnału ciągłego



Kwantyzacja sygnału ciągłego



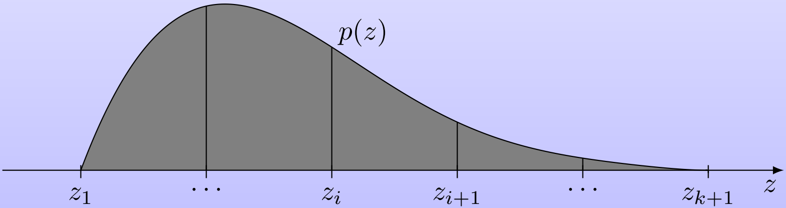
Kwantyzacja sygnału ciągłego



Kwantyzacja równomierna

Przedział $[0, L-1]$ dzielimy na podprzedziały o stałej długości $S = \frac{L}{\hat{L}}$. Wartość piksela $f(x, y)$ przekształcana jest na wartość

$$\hat{f}(x, y) = \left\lfloor \frac{f(x, y)}{S} \right\rfloor.$$

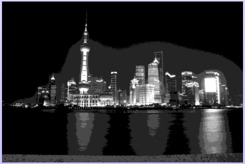


- Prowadzi na ogół do złej jakości obrazu – pojawiają się sztuczne kontury.

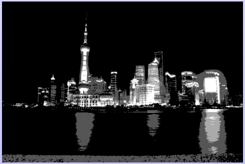
256 poziomów

32 poziomy

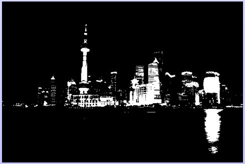
16 poziomów



8 poziomów

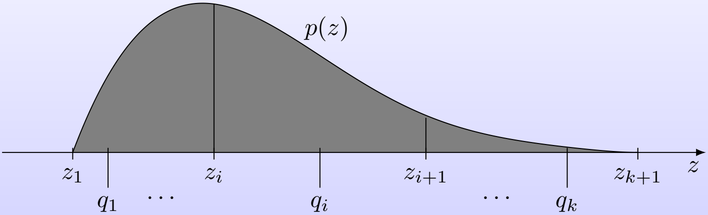


4 poziomy



2 poziomy

Optymalna kwantyzacja



$$\epsilon = \sum_{i=1}^{k} \int_{z_1}^{z_{i+1}} (z - q_i)^2 p(z)\, dz$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial z_i} = (z_i - q_{i-1})^2 p(z_i) - (z_i - q_i)^2 p(z_i) = 0$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial q_i} = -2 \int_{z_i}^{z_{i+1}} (z - q_i) p(z)\, dz = 0$$

Optymalna kwantyzacja

$$z_i = \frac{q_{i-1} + q_i}{2}, \quad i = 2, \dots, k$$

$$q_i = \frac{\int_{z_i}^{z_{i+1}} z p(z) \, \mathrm{d}z}{\int_{z_i}^{z_{i+1}} p(z) \, \mathrm{d}z}, \quad i = 1, \dots, k$$

W szczególności dla rozkładu równomiernego ($p(z) = const$)

$$z_i = \frac{q_{i-1} + q_i}{2}, \quad i = 2, \dots, k$$

$$q_i = \frac{z_i + z_{i+1}}{2}, \quad i = 1, \dots, k$$