

Cyfrowe przetwarzanie obrazów i sygnałów

Wykład 11

AiR III

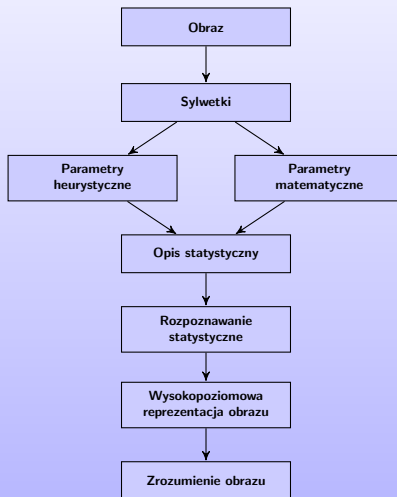
Joanna Ratajczak

KCiR (W4/K7)

Copyright © 2015 Joanna Ratajczak¹

¹Niniejszy dokument zawiera materiały do wykładu z przedmiotu Cyfrowe Przetwarzanie Obrazów i Sygnałów. Jest on udostępniony pod warunkiem wykorzystania wyłącznie do własnych, prywatnych potrzeb i może być kopiowany wyłącznie w całości, razem ze stroną tytułową.

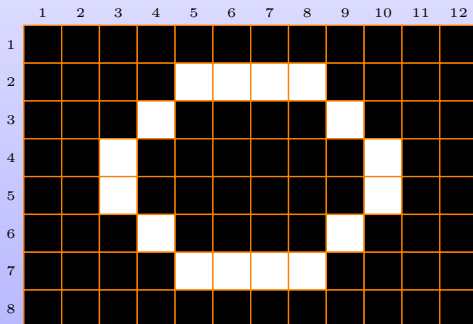
Rozwiązanie problemu decyzyjnego

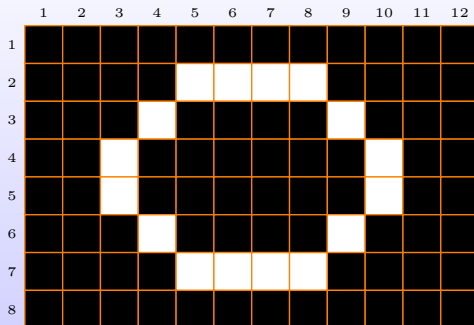


Współrzędne środka (centroid)

$$x_s = \frac{\int_U x \, du}{\int_U du} \quad y_s = \frac{\int_U y \, du}{\int_U du}$$

$$u_s = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix}$$





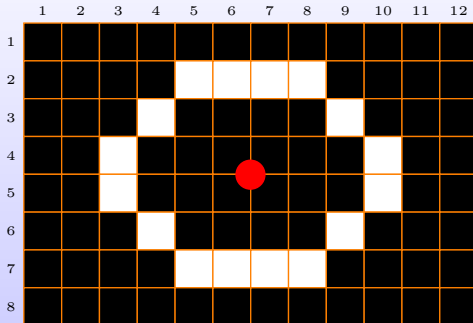
$$\int_U du = A = 16$$

$$\int_U x du = 5 + 6 + 7 + 8 + 4 + 9 + 3 + 10 + 3 + 10 +$$

$$+ 4 + 9 + 5 + 6 + 7 + 8 = 104$$

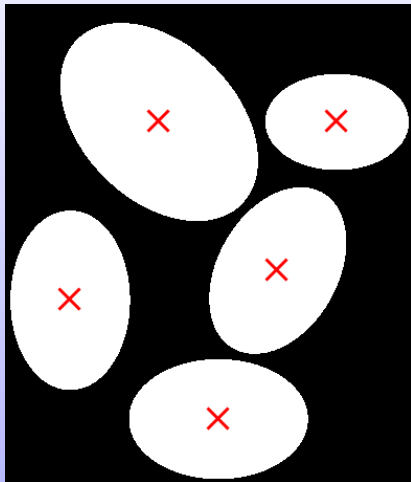
$$\int_U y du = 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 +$$

$$+ 6 + 7 + 7 + 7 + 7 = 72$$



$$u_s = \begin{bmatrix} \frac{104}{16} \\ \frac{72}{16} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6.5 \\ 4.5 \end{bmatrix}$$

Współrzędne środka

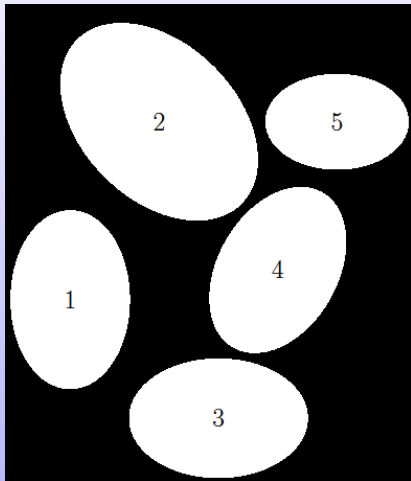


Nr	x	y
1	62.8	283.1
2	147.9	113.1
3	204.6	396.5
4	261.2	254.8
5	317.9	113.1

Długość obwodu, wielkość konturu (*Perimeter*)

- **Zliczenie punktów brzegowych figury** – łatwa metoda, duże zafałszowanie (szczególnie dla małych figur).
- **Zliczenie punktów brzegowych figury z uwzględnieniem ich położenia** – punkty z odpowiednią wagą.
- **Wyliczenie średniej z długości zliczonych po zewnętrznej i wewnętrznej stronie brzegu figury.**
- **Przybliżenie figury odpowiednim wielokątem.**

Długość obwodu, wielkość konturu (*Perimeter*)

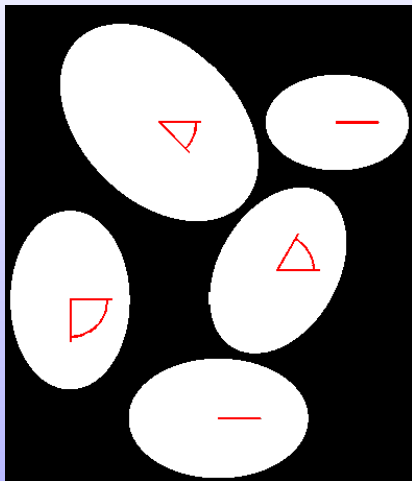


Nr	Obwód
1	451.2
2	585.7
3	450.8
4	451.0
5	360.4

Orientacja, nachylenie osi głównej (*Orientation*)

$$\operatorname{tg} 2\Theta = \frac{2 \int_U (x - x_s)(y - y_s) \, du}{\int_U ((x - x_s)^2 - (y - y_s)^2) \, du}$$

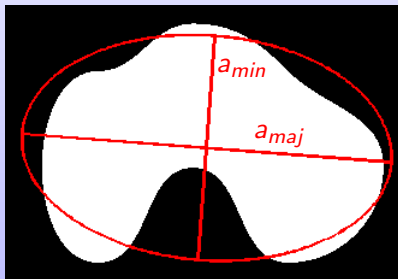
Orientacja, nachylenie osi głównej (*Orientation*)



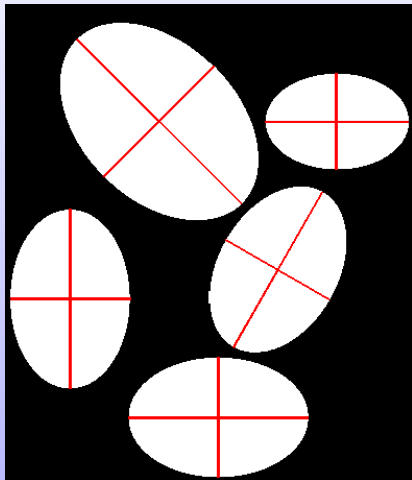
Nr	Orientacja
1	-89.96
2	-44.99
3	0.04
4	60.07
5	0.00

Długości osi (*Major Axis Length, Minor Axis Length*)

Długości wielkiej i małej osi elipsy o takim samym momencie bezwładności jak sylwetka.



Długości osi (*Major Axis Length, Minor Axis Length*)



Nr	a_{maj}	a_{min}
1	171.49	114.64
2	222.37	148.79
3	171.51	114.60
4	171.40	114.73
5	137.51	91.82

Liczba Eulera (*Euler's number*)

Obszar jest spójny, gdy każda para jego punktów może być połączona krzywą zawartą w tym obszarze.

Liczba Eulera dla $U \subset \Omega$, składającego się z R spójnych obszarów o łącznej liczbie otworów H

$$E_U = R - H.$$

Uwaga: liczba otworów H jest o jeden mniejsza od liczby spójnych obszarów w dopełnieniu obszaru U (U^c).

Liczba Eulera (*Euler's number*)



Projekcje (*Projections*)

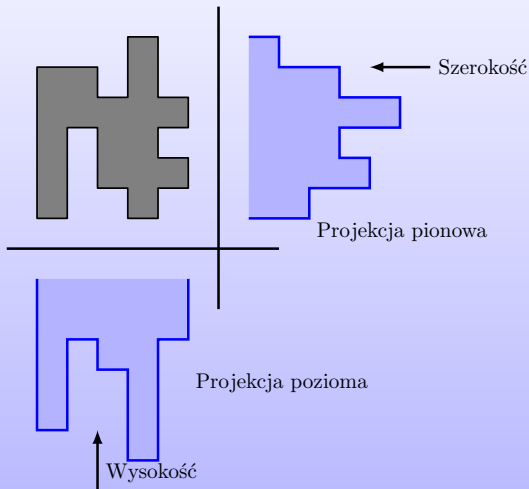
Projekcja pozioma

$$p_h(x) = \sum_y f(x, y)$$

Projekcja pionowa

$$p_v(y) = \sum_x f(x, y)$$

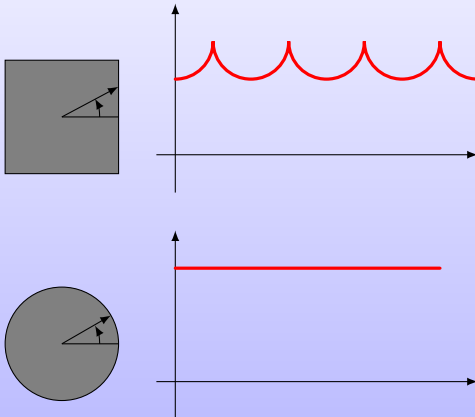
Projekcje (*Projections*)



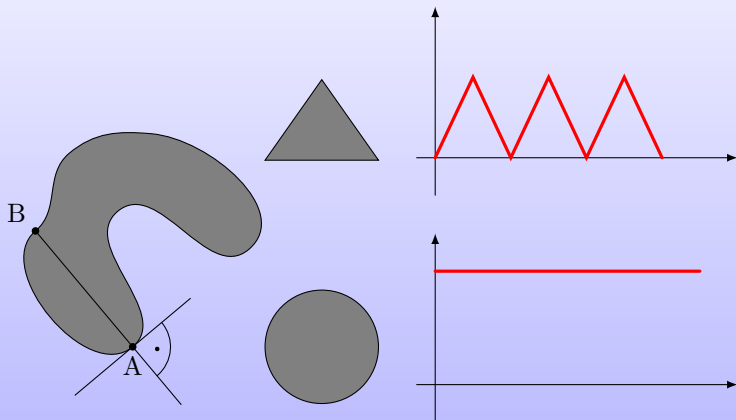
Sygnatury (*Signatures*)

Funkcja jednowymiarowa reprezentująca brzeg (kontur) obiektu. Zazwyczaj jest zależnością pewnej miary odległości od pewnego punktu jako funkcja pewnej zmiennej niezależnej, np. odległość euklidesowa od centroidu jako funkcja kąta albo długość odcinka prostopadłego do stycznej o punkcie końcowym na przeciwległym brzegu sylwetki.

Sygnatury (*Signatures*)



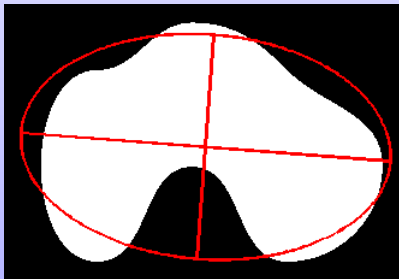
Sygnatury (*Signatures*)



Ekscentryczność (*Eccentricity*)

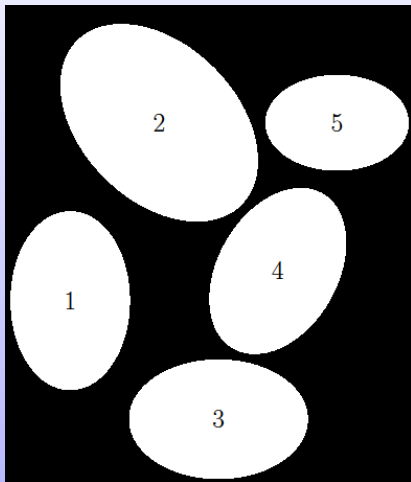
Stosunek długości wielkiej osi do małej osi elipsy o takim samym momencie bezwładności jak sylwetka.

$$\epsilon = \frac{a_{maj}}{a_{min}}$$



$$\epsilon = 1.6533$$

Ekscentryczność (*Eccentricity*)



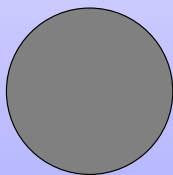
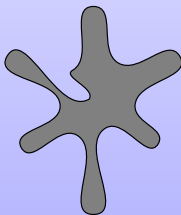
Nr	Ekscentryczność
1	1.4959
2	1.4946
3	1.4966
4	1.4939
5	1.4976

Zwartość (*Compactness*)

Popularny współczynnik opisu kształtu niezależny od liniowych transformacji – skali, rotacji.

$$\gamma = \frac{4\pi A}{P^2}$$

Przeskalowany stosunek pola powierzchni sylwetki do kwadratu długości obwodu.



Nr	Zwartość
1	0.1645
2	0.9937

Maksymalny promień w stosunku do środka

$$R_{max} = \max \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2} : u \in U$$

Krągłość (*Roudness*)

$$\rho = \frac{A}{\pi R_{max}^2}, \quad 0 \leq \rho \leq 1$$

Współczynniki kształtu – podsumowanie

Dla każdej klasy obiektów w obrazie należy sprawdzić, czy przyjęte współczynniki kształtu w wystarczający sposób różnicują analizowane obiekty.

Problemy:

- czułe na duże zmiany skali,
- czułe na dyskretyzację,
- czułe na zniekształcenia związane z układem detekcji,
- zróżnicowana czułość na zmiany proporcji figur.

Współczynniki momentowe

Moment rzędu $p + q$

$$m_{p,q} = \int_{\Omega} x^p y^q f_U(x, y) dx dy$$

$$m_{p,q} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f_U(x, y) x^p y^q$$

Pole powierzchni sylwetki (moment rzędu 0)

$$m_{0,0} = \int_{\Omega} f_U(x, y) dx dy$$

$$m_{0,0} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f_U(x, y)$$

Momenty zwykłe rzędu 1

$$m_{1,0} = \int_{\Omega} x f_U(x, y) dx dy$$

$$m_{0,1} = \int_{\Omega} y f_U(x, y) dx dy$$

$$m_{1,0} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} x f_U(x, y)$$

$$m_{0,1} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} y f_U(x, y)$$

Położenie środka ciężkości

Centroid

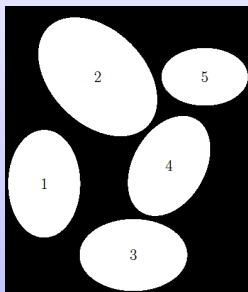
$$u_s = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix}$$

Znormalizowane momenty rzędu 1

$$x_s = \frac{m_{1,0}}{m_{0,0}}$$

$$y_s = \frac{m_{0,1}}{m_{0,0}}$$

Momenty zwykłe



Nr	1	2	3	4	5
$m_{0,0}$	15440	25985	15436	15444	9916
$m_{1,0}$	970.33e+3	3.84e+6	3.15e+6	4.03e+6	3.15e+6
$m_{0,1}$	4.37e+6	2.93e+6	6.12e+6	3.93e+6	1.12e+6
$m_{1,1}$	274.79e+6	456.96e+6	1.25e+9	1.02e+9	356.61e+6
$m_{2,0}$	73.66e+6	626.53e+6	674.68e+6	1.07e+9	1.01e+9
$m_{0,2}$	1.26e+9	390.70e+6	2.44e+9	1.02e+9	132.06e+6

Momenty centralne

$$\mu_{p,q} = \int_{\Omega} f_U(x, y)(x - x_s)^p (y - y_s)^q dx dy$$

$$\mu_{p,q} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f_U(x, y)(x - x_s)^p (y - y_s)^q$$

Momenty centralne a zwykłe

$$\mu_{0,0} = m_{0,0}$$

$$\mu_{0,1} = m_{0,1} - \frac{m_{0,1}}{m_{0,0}} m_{0,0} = 0$$

$$\mu_{1,0} = m_{1,0} - \frac{m_{1,0}}{m_{0,0}} m_{0,0} = 0$$

Momenty centralne a zwykłe

$$\mu_{0,0} = m_{0,0}$$

$$\mu_{0,1} = m_{0,1} - \frac{m_{0,1}}{m_{0,0}} m_{0,0} = 0$$

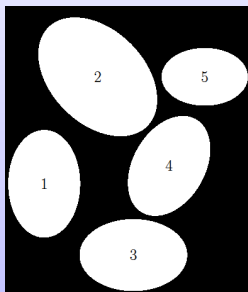
$$\mu_{1,0} = m_{1,0} - \frac{m_{1,0}}{m_{0,0}} m_{0,0} = 0$$

$$\mu_{0,2} = m_{0,2} - \frac{m_{0,1}^2}{m_{0,0}} = m_{0,2} - y_s m_{0,1}$$

$$\mu_{1,1} = m_{1,1} - \frac{m_{1,0} m_{0,1}}{m_{0,0}} = m_{1,1} - x_s m_{0,1} = m_{1,1} - y_s m_{1,0}$$

$$\mu_{2,0} = m_{2,0} - \frac{m_{1,0}^2}{m_{0,0}} = m_{2,0} - x_s m_{1,0}$$

Momenty centralne



Nr	1	2	3	4	5
$\mu_{0,0}$	15440	25985	15436	15444	9916
$\mu_{1,0}$	0	0	0	0	0
$\mu_{0,1}$	0	0	0	0	0
$\mu_{1,1}$	9.23e+3	22.17e+6	-12.88e+3	-6.76e+6	-484.14e+0
$\mu_{2,0}$	28.37e+6	58.12e+6	12.66e+6	24.46e+6	5.22e+6
$\mu_{0,2}$	12.68e+6	58.13e+6	28.37e+6	16.59e+6	11.71e+6

Momenty centralne znormalizowane

Niezależność od położenia jest zapewniona w momentach centralnych.

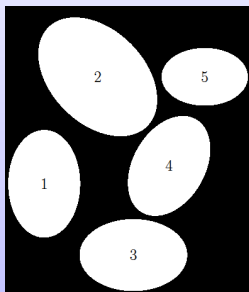
Uniezależnienie ich od skali wymaga uwzględnienia rozmiarów sylwetki wyrażonych w postaci jej powierzchni

$$\eta_{p,q} = \frac{\mu_{p,q}}{\mu_{0,0}^{\gamma+1}}$$

gdzie

$$\gamma = \frac{p+q}{2}$$

Momenty centralne znormalizowane



Nr	1	2	3	4	5
$\eta_{0,0}$	1	1	1	1	1
$\eta_{1,0}$	0	0	0	0	0
$\eta_{0,1}$	0	0	0	0	0
$\eta_{1,1}$	-956.61e-18	968.65e-15	-2.01e-15	-442.12e-15	-2.10e-15
$\eta_{2,0}$	119.32e-3	86.20e-3	53.08e-3	102.76e-3	53.06e-3
$\eta_{0,2}$	-2.76e-6	33.14e-3	-4.23e-6	-28.70e-3	-4.13e-6

Niezależne od orientacji momenty H_u

Funkcje momentów niezależne od położenia, orientacji i skali

$$\Phi_1 = \eta_{2,0} + \eta_{0,2}$$

$$\Phi_2 = (\eta_{2,0} + \eta_{0,2})^2 + 4\eta_{1,1}^2$$

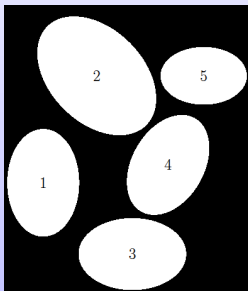
$$\Phi_3 = (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})^2 + (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})^2$$

$$\Phi_4 = (\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 + (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2$$

$$\Phi_5 = (\eta_{3,0} - 3\eta_{1,2})(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})((\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - 3(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2) + \\ + (3\eta_{2,1} - \eta_{0,3})(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})(3(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2)$$

$$\Phi_6 = (\eta_{2,0} - \eta_{0,2})((\eta_{3,0} + \eta_{1,2})^2 - (\eta_{2,1} + \eta_{0,3})^2) + \\ + 4\eta_{1,1}(\eta_{3,0} + \eta_{1,2})(\eta_{2,1} + \eta_{0,3})$$

Momenty H_u



Nr	1	2	3	4	5
Φ_1	172.24e-3	172.18e-3	172.27e-3	172.15e-3	172.31e-3
Φ_2	4.39e-3	4.39e-3	4.38e-3	4.39e-3	4.39e-3
Φ_3	31.43e-12	17.60e-12	1.78e-12	53.69e-12	148.35e-12