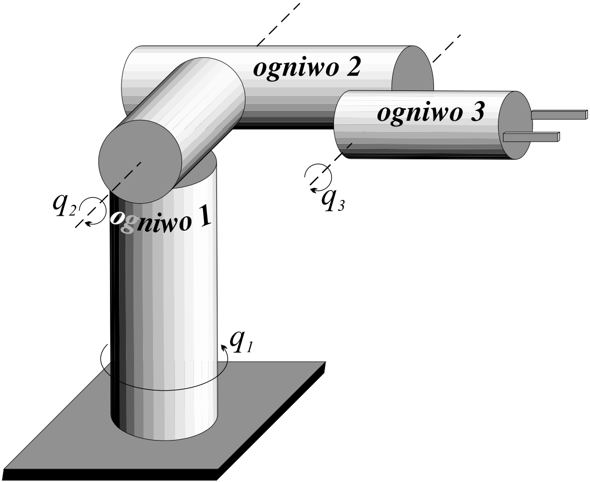
Podstawy robotyki

Wykład III

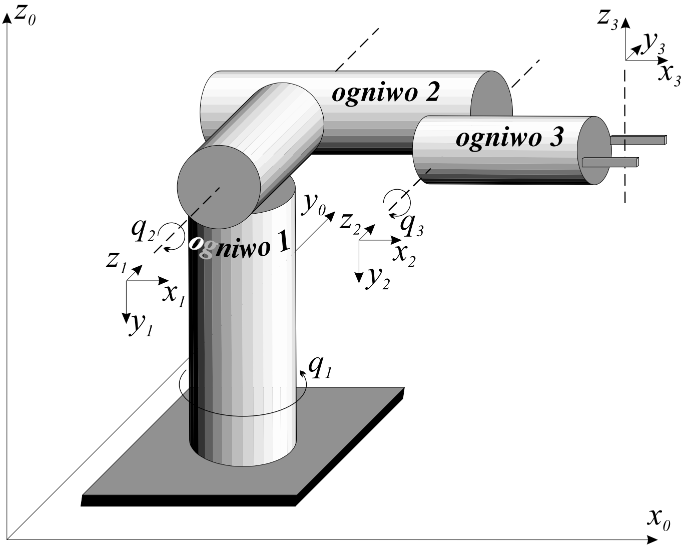
Kinematyka manipulatora sztywnego

Robert Muszyński **Janusz Jakubiak**
Instytut Informatyki, Automatyki i Robotyki
Politechnika Wrocławska

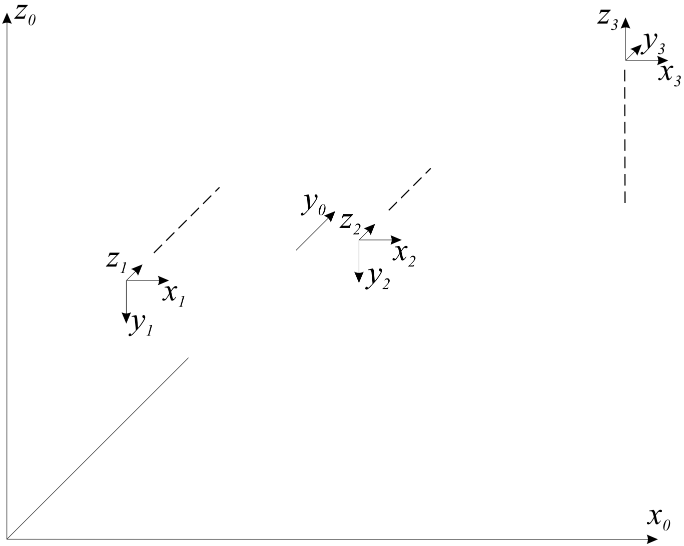
Manipulator typu PUMA



PUMA – układy współrzędnych w przegubach



PUMA – układy współrzędnych w przegubach



Zadanie kinematyki prostej

Definition

Manipulator – mechanizm przeznaczony do realizacji niektórych funkcji kończyny górnej człowieka (manus (łac.) – ręka).

Zadanie kinematyki prostej:

> *Mając dane wartości zmiennych ruchu w przegubach manipulatora znaleźć pozycję i orientację jego końcówki zwanej efektorem.*

Niech macierz transformacji z układu $i-1$ do układu i jest dana jako

$$A_{i-1}^{i} = A_{i-1}^{i}(q_i) \in SE(3)$$

wówczas kinematyka manipulatora wyraża się przez

$$K(q) = A_0^n(q) = A_0^1(q_1)A_1^2(q_2)\cdots A_{n-1}^n(q_n),$$

gdzie $q = [q_1, \ldots, q_n]^T$ – konfiguracja manipulatora.

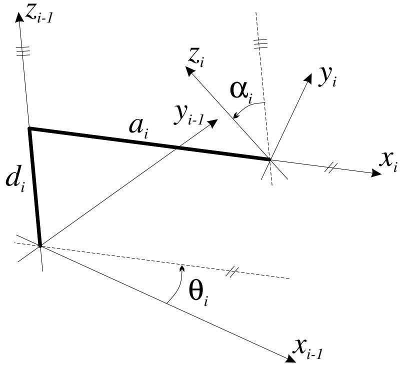
$$A_{i-1}^{i} = \begin{bmatrix} R_{i-1}^{i} & d_{i-1}^{i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A_0^n = \begin{bmatrix} R_0^n & d_0^n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_0^n = R_0^1 R_1^2 \cdots R_{n-1}^n$$
$$d_0^n = d_0^{n-1} + R_0^{n-1} d_{n-1}^n$$

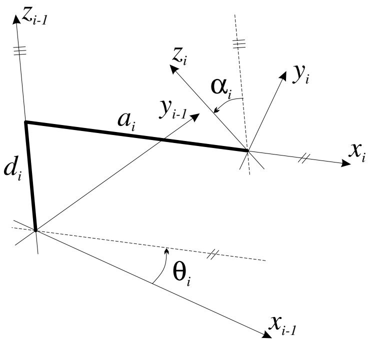
Reprezentacja Denavita–Hartenberga

Zasady przypisywania układów współrzędnych:

1. oś $\mathcal{X}$ układu następującego ma być prostopadła do osi $\mathcal{Z}$ układu poprzedzającego,
2. wyżej wymienione osie mają przecinać się.



Parametry Denavita–Hartenberga



θ_i – kąt obrotu w i-tym przegubie[a],

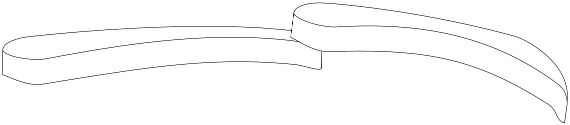
d_i – przesunięcie wzdłuż osi z układu współrzędnych związanego z i-tym przegubem[b],

a_i – przesunięcie wzdłuż osi x bieżącego układu współrzędnych,

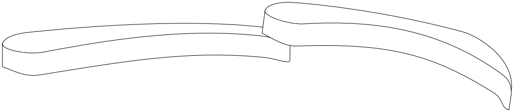
α_i – kąt wzajemnego skręcenia osi kolejnych przegubów.

[a] zmienna dla przegubu rotacyjnego
[b] zmienna dla przegubu translacyjnego

Procedura przypisywania układów

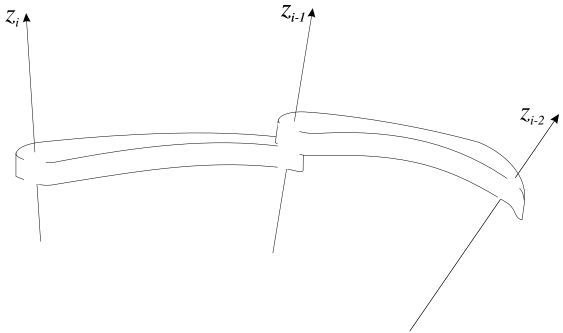


Procedura przypisywania układów



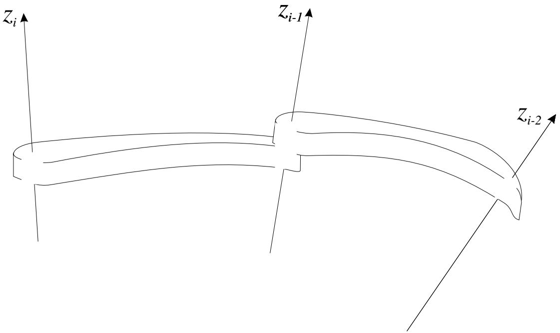
1. wybrać i oznaczyć osie $\mathcal{Z}_0, \ldots, \mathcal{Z}_{n-1}$,

Procedura przypisywania układów



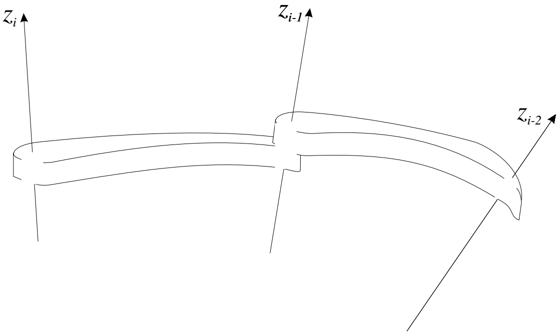
1. wybrać i oznaczyć osie $\mathcal{Z}_0, \ldots, \mathcal{Z}_{n-1}$,
2. ustalić układ bazowy $0\mathcal{X}_0\mathcal{Y}_0\mathcal{Z}_0$ tak by był prawoskrętny,

Procedura przypisywania układów



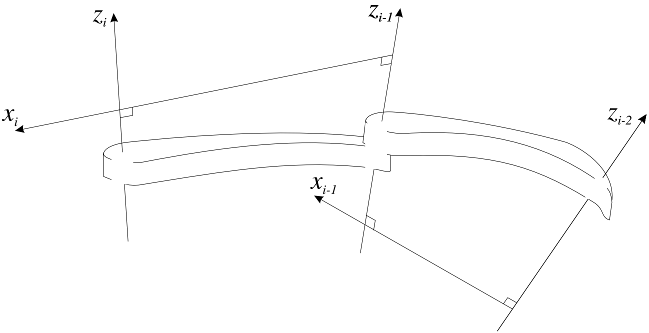
2. ustalić układ bazowy $0\mathcal{X}_0\mathcal{Y}_0\mathcal{Z}_0$ tak by był prawoskrętny,

Procedura przypisywania układów



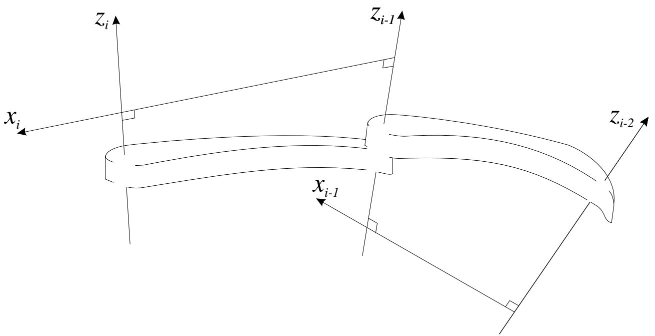
3. dla kolejnych przegubów ($i = 1, \ldots, n-1$):

Procedura przypisywania układów



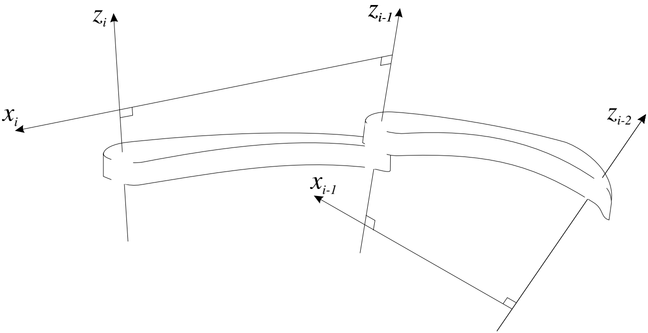
3. dla kolejnych przegubów $(i = 1, \ldots, n-1)$:
    3.1 umieścić początek i-tego układu współrzędnych w
        - miejscu przecięcia osi $\mathcal{Z}_i$ przez normalną do $\mathcal{Z}_i$ i $\mathcal{Z}_{i-1}$,
        - miejscu przecięcia osi $\mathcal{Z}_i$ z osią $\mathcal{Z}_{i-1}$,
        - w i-tym przegubie,

Procedura przypisywania układów



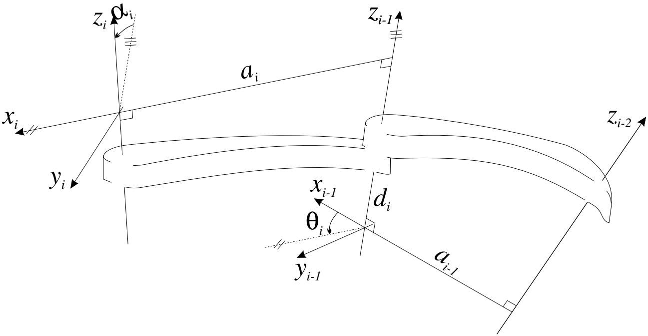
3. dla kolejnych przegubów ($i = 1, \ldots, n-1$):
   3.2 umieścić oś $\mathcal{X}_i$ wzdłuż normalnej do $\mathcal{Z}_i$ i $\mathcal{Z}_{i-1}$ lub w kierunku prostopadłym do płaszczyzny $\mathcal{Z}_i\mathcal{Z}_{i-1}$,

Procedura przypisywania układów



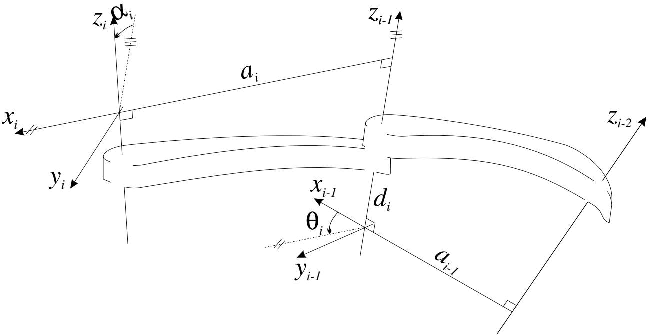
3. dla kolejnych przegubów $(i = 1, \ldots, n-1)$:
   3.3 dobrać oś $\mathcal{Y}_i$ tak by otrzymać układ prawoskrętny,

Procedura przypisywania układów



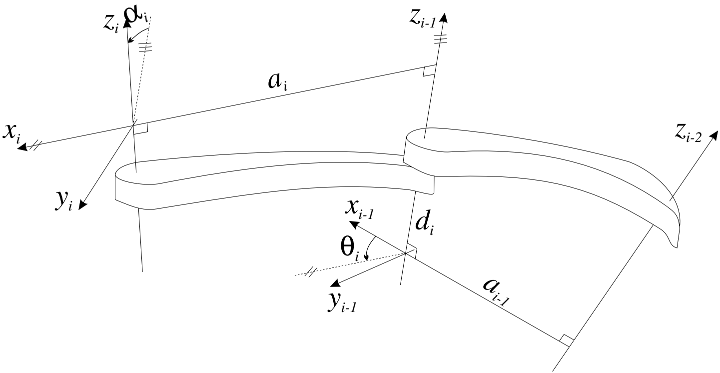
4. przypisać *n*-ty układ wsp. do efektora manipulatora tak, że:

Procedura przypisywania układów



4. przypisać *n*-ty układ wsp. do efektora manipulatora tak, że:
   4.1 jego środek znajduje się pomiędzy palcami chwytaka,
   4.2 oś $\mathcal{Z}_n$ jest równoległa do osi $\mathcal{Z}_{n-1}$,
   4.3 oś $\mathcal{Y}_n$ leży w kierunku zamykania chwytaka,
   4.4 oś $\mathcal{X}_n$ dopełnia układ do prawoskrętnego.

Procedura przypisywania układów – układy współrzędnych



Procedura przypisywania układów – pełny algorytm

1. wybrać i oznaczyć osie $\mathcal{Z}_0, \ldots, \mathcal{Z}_{n-1}$,
2. ustalić układ bazowy $0\mathcal{X}_0\mathcal{Y}_0\mathcal{Z}_0$ tak by był prawoskrętny,
3. dla kolejnych przegubów $(i = 1, \ldots, n-1)$:
   3.1 umieścić początek i-tego układu współrzędnych w
      - miejscu przecięcia osi $\mathcal{Z}_i$ przez normalną do $\mathcal{Z}_i$ i $\mathcal{Z}_{i-1}$,
      - miejscu przecięcia osi $\mathcal{Z}_i$ z osią $\mathcal{Z}_{i-1}$,
      - w i-tym przegubie,

   3.2 umieścić oś $\mathcal{X}_i$ wzdłuż normalnej do $\mathcal{Z}_i$ i $\mathcal{Z}_{i-1}$ lub w kierunku prostopadłym do płaszczyzny $\mathcal{Z}_i\mathcal{Z}_{i-1}$,
   3.3 dobrać oś $\mathcal{Y}_i$ tak by otrzymać układ prawoskrętny,
4. przypisać n-ty układ wsp. do efektora manipulatora tak, że:
   4.1 jego środek znajduje się pomiędzy palcami chwytaka,
   4.2 oś $\mathcal{Z}_n$ jest równoległa do osi $\mathcal{Z}_{n-1}$,
   4.3 oś $\mathcal{Y}_n$ leży w kierunku zamykania chwytaka,
   4.4 oś $\mathcal{X}_n$ dopełnia układ do prawoskrętnego.

Kinematyka w oparciu o parametry DH

Przy transformacjach jednorodnych

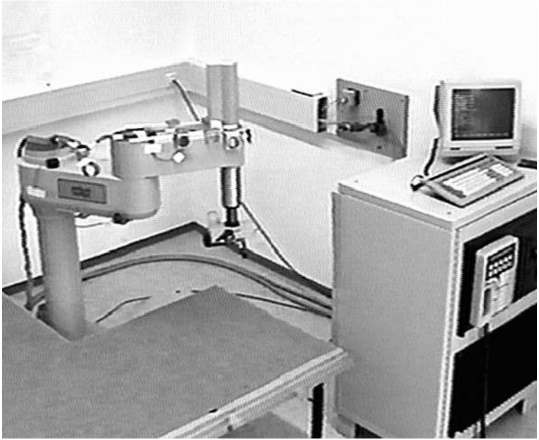
$$A_{i-1}^{i}(q_i) = Rot(\mathcal{Z}_{i-1}, \theta_i)\,Trans(\mathcal{Z}_{i-1}, d_i)$$
$$Trans(\mathcal{X}_{i-1}, a_i)\,Rot(\mathcal{X}_{i-1}, \alpha_i)$$

kinematyka manipulatora opisanego parametrami DH dana jest jako

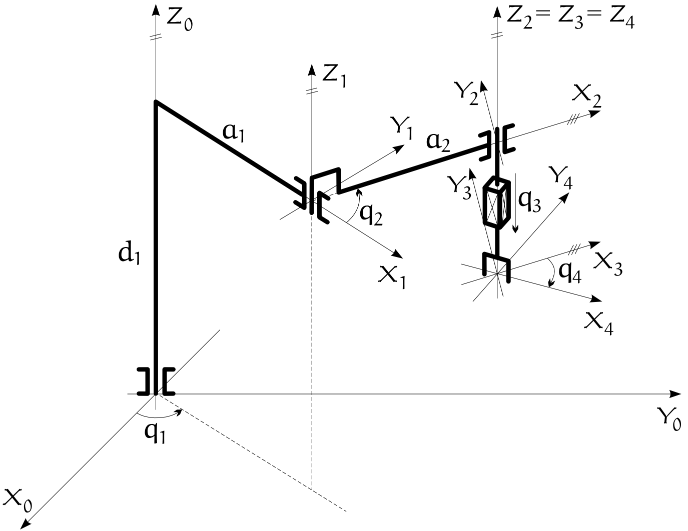
$$\boxed{K(q) = A_0^n(q) = \prod_{i=1}^{n} A_{i-1}^{i}(q_i) = \begin{bmatrix} R_0^n(q) & d_0^n(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1(q) \\ k_2(q) \\ k_3(q) \\ k_4(q) \\ k_5(q) \\ k_6(q) \end{bmatrix}$$

Manipulator przemysłowy typu *SCARA*



Manipulator typu *SCARA* – schemat



Manipulator typu *SCARA* – parametry DH

ogniwo	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	d_1	a_1	0
2	q_2	0	a_2	0
3	0	q_3	0	0
4	q_4	0	0	0

$$d_1 = 0.8[\mathrm{m}]$$
$$a_1 = 0.445[\mathrm{m}]$$
$$a_2 = 0.355[\mathrm{m}]$$

$$A_0^1(q_1) = Rot(\mathcal{Z}, q_1)\,Tran(\mathcal{Z}, d_1)\,Tran(\mathcal{X}, a_1)$$
$$A_1^2(q_2) = Rot(\mathcal{Z}, q_2)\,Tran(\mathcal{X}, a_2)$$
$$A_2^3(q_3) = Tran(\mathcal{Z}, q_3)$$
$$A_3^4(q_4) = Rot(\mathcal{Z}, q_4)$$

Manipulator typu *SCARA* – kinematyka

ogniwo	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	d_1	a_1	0
2	q_2	0	a_2	0
3	0	q_3	0	0
4	q_4	0	0	0

$$
\begin{aligned}
d_1 &= 0.8[\mathrm{m}] \\
a_1 &= 0.445[\mathrm{m}] \\
a_2 &= 0.355[\mathrm{m}]
\end{aligned}
$$

$$
K(q) = \begin{bmatrix} c_{124} & -s_{124} & 0 & a_1 c_1 + a_2 c_{12} \\ s_{124} & c_{124} & 0 & a_1 s_1 + a_2 s_{12} \\ 0 & 0 & 1 & d_1 + q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
$$