12 października 2007

Lista 1

Opis położenia bryły sztywnej w przestrzeni euklidesowej

1. Pokazać własności macierzy rotacji $R_{\mathcal{Y},\theta}$
   (a) $\det R_{\mathcal{Y},\theta} = 1$,
   (b) $R^{-1}_{\mathcal{Y},\theta} = R^{T}_{\mathcal{Y},\theta}$,
   (c) $R_{\mathcal{Y},0} = I_3$,
   (d) $R_{\mathcal{Y},\theta_1} R_{\mathcal{Y},\theta_2} = R_{\mathcal{Y},\theta_1+\theta_2}$,
   (e) $R_{\mathcal{Y},-\theta} = R^{-1}_{\mathcal{Y},\theta}$.
2. Wyznaczyć macierze R, pokazać że definiują one obroty w $\mathbb{R}^3$
   (a) $R = R_{\mathcal{Z},30^\circ} R_{\mathcal{X},60^\circ}$
   (b) $R = R_{\mathcal{X},45^\circ} R_{\mathcal{Y},30^\circ}$
3. Znaleźć macierz rotacji $R \in SO(3)$, która odpowiada kątom Eulera
   (a) $\phi = 30^\circ$, $\theta = 30^\circ$, $\psi = 45^\circ$
   (b) $\phi = 45^\circ$, $\theta = 120^\circ$, $\psi = 270^\circ$
   (c) $\phi = 30^\circ$, $\theta = -45^\circ$, $\psi = -30^\circ$
4. Mając dane kąty RPY wyznaczyć macierz rotacji $R \in SO(3)$
   (a) $\phi = 120^\circ$, $\theta = 30^\circ$, $\psi = 45^\circ$
   (b) $\phi = 30^\circ$, $\theta = 135^\circ$, $\psi = 270^\circ$
   (c) $\phi = 45^\circ$, $\theta = -60^\circ$, $\psi = 45^\circ$
5. Znaleźć reprezentację w kątach Eulera lub RPY macierzy rotacji
   (a) $R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
   (b) $R = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{4} & -\frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$
   (c) $R = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{4} & -\frac{\sqrt{2}}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$
6. Wyznaczyć przekształcenie odwrotne do $T = \begin{bmatrix} R & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, obliczyć wartości dla
   (a) $R = R_{\mathcal{Z},30^\circ} R_{\mathcal{X},45^\circ}$ $\quad d = [\,1 \quad 0 \quad -1\,]^T$
   (b) $R = R_{\mathcal{X},30^\circ} R_{\mathcal{Y},60^\circ}$ $\quad d = [\,0 \quad 1 \quad 2\,]^T$