



Algorytmy robotyki mobilnej SLAM (Simultaneous localization and mapping)

Janusz Jakubiak

Katedra Cybernetyki i Robotyki

2020/2021



Informacja o prawach autorskich

Prezentacja jest materiałem pomocniczym do kursu Algorytmy robotyki mobilnej. Zawarte w niej informacje, zdjęcia, wykresy i inne są chronione prawami autorskimi autorów lub wydawców. Materiały te są prezentowane w celach edukacyjnych związanych z ww. kursem. Inne ich wykorzystanie w całości lub części wymaga uzyskania zgody właścicieli praw autorskich.

Niniejsza prezentacja zawiera materiały z książki Probabilistic Robotics (S. Thurn et al.) oraz Autonomous mobile robots (R. Siegwart et al.)



SLAM – definicja formalna

SLAM oznacza jednoczesną lokalizację robota i budowanie mapy.

Dwa typy zadań:

- ▶ online SLAM – estymowanie rozkładu prawdopodobieństwa bieżącego stanu

$$p(x_t, m | z_{1:t}, u_{1:t})$$

- ▶ pełny SLAM – estymowanie rozkładu prawdopodobieństwa całej przejechanej ścieżki

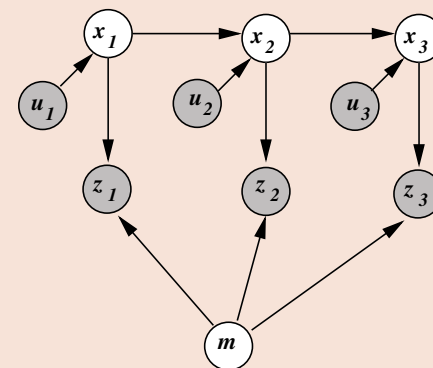
$$p(x_{1:t}, m | z_{1:t}, u_{1:t})$$

Zależność między tymi zadaniami:

$$p(x_t, m | z_{1:t}, u_{1:t}) = \int \int \dots \int p(x_{1:t}, m | z_{1:t}, u_{1:t}) dx_1 dx_2 \dots dx_{t-1}$$

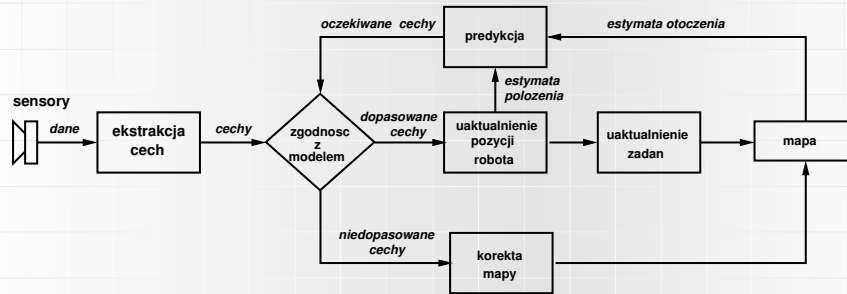


Simultaneous localization and mapping (SLAM)



Na podstawie znanego ciągu sterowań $\mathcal{U} = \{u_{1:t}\}$ oraz ciągu obserwacji $\mathcal{Z} = \{z_{1:t}\}$ wyznaczyć jednocześnie bieżącą konfigurację robota (x_t), lub ciąg konfiguracji (ścieżkę $\mathcal{X} = \{x_{1:t}\}$) oraz model otoczenia (mapę m).

SLAM – schemat działania



SLAM – przykład

Robot poruszający się po linii (1D), z konfiguracją zdefiniowaną jako x_t i obserwacjami (odległością do cech) $z_{t,m_i} = x_t - m_{ix}$, oraz przemieszczeniem $d_{t-1,t}$ z rozkładem jednorodnym $\pm 0, 2$.

t	$d_{t-1,t}$	$i : z_{t,m_i}$
0	—	1:0.5
1	1	1:-0.65 2:0.45
2	0.2	1:-0.75 2:0.15
3	0.4	2:-0.25 3:0.4
4	0.1	2:-0.4 3:0.15

Wyznaczyć $X = \{x_0, \dots, x_4\}$ oraz $m = \{m_{1x}, m_{2x}, m_{3x}\}$.

$$\begin{array}{l}
 0 \quad \left| \begin{array}{l} (m_{1x} - x_0 - 0.5)^2 \\ + (x_1 - x_0 - 1)^2 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} (m_{1x} - x_0 - 0.5)^2 \\ + (x_1 - m_{1x} - 0.65)^2 + (m_{2x} - x_1 - 0.45)^2 \end{array} \right. \\
 1 \quad \left| \begin{array}{l} + (x_1 - x_0 - 1)^2 \\ + (x_2 - x_1 - 0.2)^2 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} + (x_1 - m_{1x} - 0.65)^2 + (m_{2x} - x_1 - 0.45)^2 \\ + (x_2 - m_{1x} - 0.75)^2 + (m_{2x} - x_2 - 0.15)^2 \end{array} \right. \\
 2 \quad \left| \begin{array}{l} + (x_2 - x_1 - 0.2)^2 \\ + (x_3 - x_2 - 0.4)^2 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} + (x_2 - m_{1x} - 0.75)^2 + (m_{2x} - x_2 - 0.15)^2 \\ + (x_3 - m_{2x} - 0.25)^2 + (m_{3x} - x_3 - 0.4)^2 \end{array} \right. \\
 3 \quad \left| \begin{array}{l} + (x_3 - x_2 - 0.4)^2 \\ + (x_4 - x_3 - 0.1)^2 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} + (x_3 - m_{2x} - 0.25)^2 + (m_{3x} - x_3 - 0.4)^2 \\ + (x_4 - m_{2x} - 0.4)^2 + (m_{3x} - x_4 - 0.15)^2 \end{array} \right. \\
 4 \quad \left| \begin{array}{l} + (x_4 - x_3 - 0.1)^2 \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} + (x_4 - m_{2x} - 0.4)^2 + (m_{3x} - x_4 - 0.15)^2 \end{array} \right.
 \end{array}$$

SLAM – metody

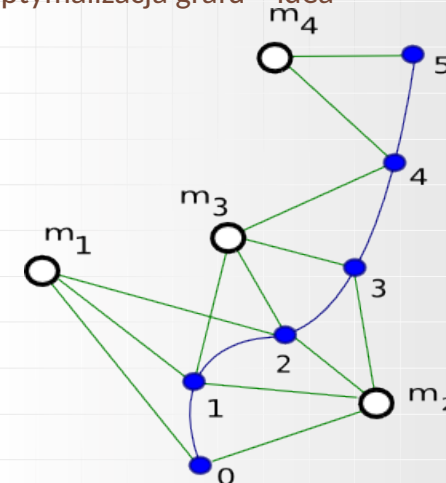
Główne rodziny algorytmów

- ▶ optymalizacja grafu
- ▶ gaussowskie, np. EKF
- ▶ siatki prawdopodobieństw i Monte Carlo, np. filtr cząsteczkowy

Problemy praktyczne

- ▶ Rozmiar przestrzeni parametrów
- ▶ Liczba permutacji dopasowań cech

Optymalizacja grafu – idea



Graf utworzony na podstawie przemieszczeń oraz obserwacji.

- ▶ W każdej iteracji graf jest rozbudowywany o węzeł reprezentujący bieżącą pozycję robota oraz łuki odpowiadające przemieszczeniu i odległościom od widzianych cech.
- ▶ Graf jest optymalizowany by wyznaczyć jego minimalną „energię” (analogicznie do układu masy/spęzyny)

$$X_t^*, m^* = \arg \max_{X_T, m} \log p(X_T, m | Z_T, U_T)$$

gdzie

$$\log p(X_T, m | Z_T, U_T) = \text{const} + \sum_t \log p(x_t | x_{t-1}, u_t) + \log p(z_t | x_t, u_t)$$

Założenia

Mapa jest reprezentowana przez skończoną liczbę cech (N). Cechy są rozróżnialne, lub - w ogólnym przypadku - dopasowywane przez wektor parametrów

$c_t = \{c_t^1, c_t^2, \dots\}$, otrzymany np. z estymatora MLE;

Dla przypadku planarnego z N cechami map:

$$x_t \in \mathcal{R}^{3+2N}$$

Własności

- ▶ Reprezentacja gaussowska - nie uwzględnia ograniczeń przestrzeni
- ▶ Klasyczny (niezmodyfikowany) EKF jest wrażliwy na błędne dopasowanie cech
- ▶ Nie interpretuje informacji „negatywnej”

Rozszerzenia: MHT, UKF,...

- ▶ najstarsza z metod (jednocześnie najczęściej modyfikowana).
- ▶ mapa jest reprezentowana w formie wektora cech (ze względu obliczeniowych, zwykle do 1000), który staje się częścią wektora stanu, np.

$$x = \underbrace{\{r_x, r_y, r_\theta\}}_{\text{robot}}, \underbrace{\{m_{1x}, m_{1y}, \dots, m_{Nx}, m_{Ny}\}}_{\text{mapa}}$$

- ▶ konfiguracja robota i położenie cech jest opisane zmiennymi losowymi o rozkładzie normalnym

$$p(x_t, m | Z_T, U_T) \sim \mathcal{N}(\mu_t, \Sigma_t)$$

μ_t - wartość oczekiwana stanu Σ_t - macierz kowariancji

Własności

- ▶ W ogólności nie wymagają wyodrębniania cech
- ▶ Mogą interpretować informację negatywną
- ▶ Są nieparametryczne (nie zakładają z góry charakteru rozkładu prawdopodobieństwa)

Siatki SLAM

$\{p_{k,0}\}$: Założona początkowa gęstość prawdopodobieństwa w komórkach

foreach k do

$$\bar{p}_{k,t} = \sum_i p_{i,t-1} \cdot \text{motion_model}(x_{k,SR}, u_t, x_{i,SR})$$

$$p_{k,t} = \eta \bar{p}_{k,t} \cdot \text{measurement_model}(z_t, x_{k,SR}, m)$$

endfor

- ▶ w iteracjach używane są dyskretne filtry bayesowskie
- ▶ siatki:
 - ▶ topologiczne – zawierają istotne cechy, jak drzwi, skrzyżowania, ślepe zaułki; rozdzielczość zależy od środowiska.
 - ▶ metryczne (uwaga: obserwacje mogą się różnić pomiędzy komórkami sieci, model ruchu może się zmieniać w zależności od wielkości komórek i prędkości robota)

Filtry cząsteczkowe

- ▶ łączy łańcuchy Markowa z metodą Monte Carlo
- ▶ używa zbioru K cząstek

$$x^{[i]} = (x, y, \theta, m_{1x}, m_{1y}, \dots, m_{Nx}, m_{Ny})^T, \quad i = 1, \dots, K$$

- ▶ Problem rozmiaru przestrzeni stanu rozwiązany dzięki twierdzeniu Rao-Blackwella(-Kołmogorowa)
Korzystając z własności

$$p(a, b) = p(b|a)p(a)$$

zadanie jest rozdzielone na

$$p(x_{1:t}, m|z_{1:t}, u_{1:t}) = p(x_{1:t}|z_{1:t}, u_{1:t})p(m|x_{1:t}, z_{1:t})$$

a następnie

$$p(m|x_{1:t}, z_{1:t}) = \prod_{i=1}^K p(m_i|x_{1:t}, z_{1:t})$$

Filtry cząsteczkowe

- ▶ najbardziej popularna metoda: FastSLAM
- ▶ jednoczesne śledzenie K cząstek, każda na swojej własnej ścieżce
 - ▶ nowa konfiguracja wyliczana na podstawie odometrii z założonym rozkładem zakłóceń

$$x_t^{[k]} \sim p(x_t|x_{t-1}^{[k]}, u_t)$$

- ▶ po dokonaniu obserwacji, wyliczana jest istotność cząstek na podstawie prawdopodobieństwa uzyskania danej obserwacji przez tą cząstkę

$$w_t^{[k]} = \mathcal{N}(z_t|x_t^{[k]}, \mu_{t,n}^{[k]}, \Sigma_{t,n}^{[k]}),$$

następnie zbiór cząstek jest próbkowany zgodnie z rozkładem prawdopodobieństwa wyznaczonym przez znormalizowany zbiór w_i .

Filtry cząsteczkowe – algorytm

\mathcal{X}_t : zbiór cząstek w chwili t

$$\bar{\mathcal{X}}_t = \mathcal{X}_t = \emptyset$$

for $k = 1$ to K do

$$x_t^{[k]} = \text{motion_model}(x_{t-1}^{[k]}, u_t)$$

$$w_t^{[k]} = \text{measurement_model}(z_t, x_t^{[k]}, m)$$

$$\bar{\mathcal{X}}_t = \bar{\mathcal{X}}_t \cup \{(x_t^{[k]}, w_t^{[k]})\}$$

endfor

for $k = 1$ to K do

losuj $x_t^{[i]}$ z prawdopodobieństwem $\propto w_t^{[k]}$

 dodaj $\mathcal{X}_t = \mathcal{X}_t \cup \{x_t^{[i]}\}$

endfor

FastSLAM – algorytm

Korzysta z twierdzenia Rao-Blackwella(-Kolmogorowa). Cząsteczki mają postać

$$y_t^{[i]} = \left(x_{1:t}^{[i]}, (\mu_j^{[i]}, \Sigma_j^{[i]}) \right)$$

Dla każdej z K cząsteczek

- ▶ Losuje się konfigurację $x_{t-1}^{[i]}$ ze zbioru cząsteczek Y_{t-1}
- ▶ (predykcja) Obliczana jest nowa konfiguracja $x_t^{[i]} \sim p(x_t | x_{t-1}^{[i]}, u_t)$
- ▶ (korekta z obserwacji) Dla każdej obserwacji z_t^k szuka się pasującej cechy j i dodaje z_t^k do odpowiedniego EKF, aby zaktualizować $(\mu_{j,t}^{[i]}, \Sigma_{j,t}^{[i]})$
- ▶ (aktualizacja wag) Obliczana jest istotność $w^{[i]}$ dla nowej cząstki (resampling) Zbiór cząstek jest zastępowany nowym, próbkowanym z prawdopodobieństwem proporcjonalnym do $w^{[i]}$

Podsumowanie metod

	EKF	MHT	sieci (top.)	sieci (met.)	MCL
obserwacje	cechy	cechy	cechy	bezp.śr.	bezp.śr.
rozkład	normalny	normalny	dowolny	dowolny	dowolny
wynik	$\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$	$\{\mathcal{N}_i(\mu, \Sigma)\}$	histogram	histogram	cząsteczki
pamięć	++	++	+	-	+
czas	++	+	+	-	+
łatwość implementacji	+	-	+	-	++
rozdzielczość	++	++	-	+	+
odporność	-	+	+	++	++
globalność	nie	tak	tak	tak	tak

Metody Monte Carlo

Modyfikacje

- ▶ AugmentedMCL – dodane losowo rozmieszczone cząstki; ich liczba zależy od krótko- i długookresowej estymaty prawdopodobieństwa
- ▶ MixtureMCL – część cząstek losowana z rozkładem wynikającym z parametrów modelu ruchu (predykcji), a pozostałe – z obserwacji (korekty)
- ▶ KLD-Sampling (adaptacyjne filtry cząsteczkowe) – liczba cząstek losowanych w resamplingu wynikająca z dywergencji Kullbacka-Leiblera^a (ograniczony błąd między rzeczywistym a próbkowanym rozkładem wyniku)

^ainformation gain/relative entropy

W środowisku dynamicznym

- ▶ rozszerzony stan – obiekty dynamiczne dołączone do wektora stanu
- ▶ outlier rejection – usuwanie „błędnych” obserwacji na poziomie modelu czujnika

Pytania kontrolne

1. Jaka jest definicja SLAM?
2. Jakie są podstawowe rodziny metod SLAM i czym się od siebie różnią?
3. W jaki sposób działa FastSLAM?