



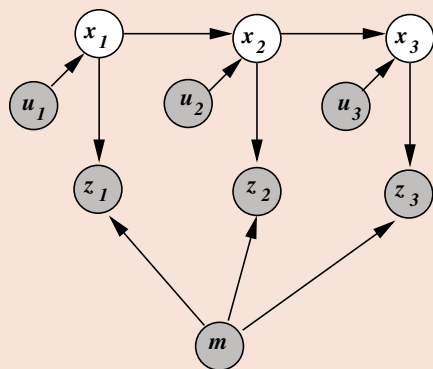
## Algorytmy robotyki mobilnej Fuzja danych w lokalizacji

Janusz Jakubiak

Katedra Cybernetyki i Robotyki

2020/2021

### Zadanie lokalizacji robota - definicja



Mając dane: model środowiska (mapę)  $m$ , ciąg sterowań  $\mathcal{U} = \{u_{1:t}\}$  oraz obserwacji  $\mathcal{Z} = \{z_{1:t}\}$  wyznaczyć  $x_t$  (lub  $\mathcal{X} = \{x_{1:t}\}$ ).



### Informacja o prawach autorskich

Prezentacja jest materiałem pomocniczym do kursu Algorytmy robotyki mobilnej. Zawarte w niej informacje, zdjęcia, wykresy i inne są chronione prawami autorskimi autorów lub wydawców. Materiały te są prezentowane w celach edukacyjnych związanych z ww. kursem. Inne ich wykorzystanie w całości lub części wymaga uzyskania zgody właścicieli praw autorskich.

Niniejsza prezentacja zawiera materiały z książki Probabilistic Robotics (S. Thrun et al. ) oraz Autonomous mobile robots (R. Siegwart et al.)



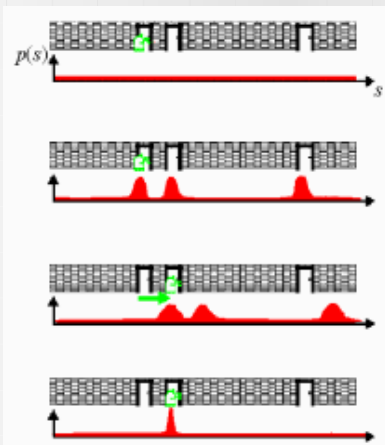
### Zadanie lokalizacji robota - definicja

### Klasyfikacje zadania lokalizacji

Zadania lokalizacji można klasyfikować ze względu na:

- ▶ zakres: lokalne (śledzenie pozycji) / globalne (w tym zadanie "porwanego robota")
- ▶ zmienność środowiska: statyczne / dynamiczne / (półstatyczne)
- ▶ wpływ na sterowanie: pasywne / aktywne
- ▶ przetwarzanie: centralne / rozproszone (wielorobotowe)

## Lokalizacja probabilistyczna – idea



<sup>o</sup><http://www.cs.cmu.edu/~thrun/tutorial/slido27.htm>

## Lokalizacja dla modeli Markowa

parametry:  $bel(x_{t-1}), u_t, z_t, m$

dla każdego  $x_t$ :

faza predykcji : oczekiwane rozkład prawdopodobieństwa nowego stanu

$$\bar{bel}(x_t) = \int p(x_t | u_t, x_{t-1}, m) bel(x_{t-1}) dx_{t-1}$$

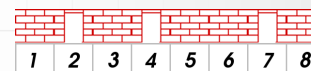
faza korekty: aktualizacja estymaty zgodnie z obserwacją

$$bel(x_t) = \eta p(z_t | x_t, m) \bar{bel}(x_t)$$

wynik:  $bel(x_t)$

## Przykład

$$p(z_t = \text{drzwi} | x_t = x_i) = \begin{cases} 1 & \text{for } x_i = 2, 4, 7, \\ 0 & \text{for } x_i = 1, 3, 5, 6, 8 \end{cases}$$



$$x_{t+1} = f(x_t, u_t = 1) = x_t + 1$$

$$Z = \{ \text{drzwi}, \text{ściana}, \text{ściana} \}$$

$p(x_t = x_i | z_{1:t})$  :

$i, z_i \setminus x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8
1 drzwi	0	1/3	0	1/3	0	0	1/3	0
2 ściana	0	0	1/3	0	1/3	0	0	1/3
3 ściana	0	0	0	1	0	0	0	0

## Przykład – c.d.

**Uwaga**

Zwykle  $p(z_t | x_t)$  i  $p(x_{t+1} | x_t, u_t)$  nie są binarne, a zmiana stanu i wyjścia mogą być zakłócone

**Pytanie**

W jaki sposób zmieni się rozwiązanie przykładu, gdy

- $u_i = 0.9$ , czyli funkcja przejścia ma postać

$$p(x_{t+1} = x_i + 1 | x_t = x_i) = 0.9 \quad p(x_{t+1} = x_i | x_t = x_i) = 0.1?$$

- prawdopodobieństwo otwarcia drzwi wynosi 0.5, a obserwacja nie odróżnia zamkniętych drzwi od ściany?

(Wskazówka: algorytm Viterbiego)

## Lokalizacja EKF

Lokalizacja EKF jest specjalnym przypadkiem lokalizacji dla modeli Markowa

### Założenia

1.  $(bel)$  jest reprezentowane przez rozkład normalny z parametrami:  $(\mu_t, \Sigma_t)$
2. mapa jest zbiorem cech  $z_t = \{z_t^1, z_t^2, \dots\}$
3. (+) cechy są rozróżniane za pośrednictwem wektora dopasowania  $c_t = \{c_t^1, c_t^2, \dots\}$

### Własności

- ▶ Rozkład unimodalny – odpowiedni dla śledzenia pozycji i przypadków gdy można ograniczyć lokalizację do niewielkiego obszaru
- ▶ Nie uwzględnia sztywnych ograniczeń (np. ścian)
- ▶ Linearyzacja jest dostatecznie dokładna tylko w pobliżu rzeczywistej konfiguracji
- ▶ Nie potrafi interpretować informacji negatywnej (braku cech)

## Ogólny algorytm EKF

### faza predykcji:

$$\bar{\mu}_t = g(u_t, \mu_{t-1})$$

$$\bar{\Sigma}_t = G_t \Sigma_{t-1} G_t^T + R_t$$

### faza korekty (obserwacji):

$$K_t = \bar{\Sigma}_t H_t^T (H_t \bar{\Sigma}_t H_t^T + Q_t)^{-1}$$

$$\mu_t = \bar{\mu}_t + K_t (z_t - h_t(\bar{\mu}_t))$$

$$\Sigma_t = (I - K_t H_t) \bar{\Sigma}_t$$

## Algorytm lokalizacji EKF

Zdyskretyzowane równania modelu monocyklu

$$x_t = x_{t-1} + g(x_{t-1}, u_t) + \mathcal{N}(0, R_t)$$

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ \theta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{v_t}{\omega_t} \sin \theta + \frac{v_t}{\omega_t} \sin(\theta + \omega_t \Delta t) \\ \frac{v_t}{\omega_t} \cos \theta - \frac{v_t}{\omega_t} \cos(\theta + \omega_t \Delta t) \\ \omega_t \Delta t \end{pmatrix}$$

Model gaussowski sterowań:

$$\begin{pmatrix} \hat{v} \\ \hat{\omega} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} + \mathcal{N}(0, M_t) = \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon(\alpha_1 v_t^2 + \alpha_2 \omega_t^2) \\ \varepsilon(\alpha_3 v_t^2 + \alpha_4 \omega_t^2) \end{pmatrix}$$

## Algorytm lokalizacji EKF – faza predykcji

Dane pomocnicze otrzymane z modelu:

$$\theta = \mu_{t-1, \theta}$$

$$G_t = \frac{\partial g(\mu_{t-1}, u_t)}{\partial \mu_{t-1}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{v_t}{\omega_t} \cos \theta + \frac{v_t}{\omega_t} \cos(\theta + \omega_t \Delta t) \\ 0 & 1 & -\frac{v_t}{\omega_t} \sin \theta - \frac{v_t}{\omega_t} \sin(\theta + \omega_t \Delta t) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$V_t = \frac{\partial g(\mu_{t-1}, u_t)}{\partial u_t} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x'}{\partial v_t} & \frac{\partial x'}{\partial \omega_t} \\ \frac{\partial y'}{\partial v_t} & \frac{\partial y'}{\partial \omega_t} \\ \frac{\partial \theta'}{\partial v_t} & \frac{\partial \theta'}{\partial \omega_t} \end{pmatrix}$$

$$M_t = \begin{pmatrix} \alpha_1 v_t^2 + \alpha_2 \omega_t^2 & 0 \\ 0 & \alpha_3 v_t^2 + \alpha_4 \omega_t^2 \end{pmatrix}$$

Korekta:

$$\bar{\mu}_t = \mu_{t-1} + g(\mu_{t-1}, u_t)$$

$$\bar{\Sigma}_t = G_t \Sigma_t G_t^T + V_t M_t V_t^T$$

## Algorytm lokalizacji EKF – faza korekty

Model obserwacji  $z_t^j = (r_t^j, \phi_t^j, s_t^j)$

$$z_t^j = h(x_t, j, m) + \mathcal{N}(0, Q_t)$$

$$\begin{pmatrix} r_t^j \\ \phi_t^j \\ s_t^j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{(m_{j,x} - x_{t,x})^2 + (m_{j,y} - x_{t,y})^2} \\ \text{atan2}(m_{j,y} - x_{t,y}, m_{j,x} - x_{t,x}) - x_{t,\theta} \\ m_{j,s} \end{pmatrix} + \mathcal{N}(0, Q_t)$$

przy  $Q_t = \text{diag}\{\sigma_r, \sigma_\phi, \sigma_s\}$  oraz

$$H_t^j = \frac{\partial h(\hat{\mu}_t, j, m)}{\partial x_t} = \begin{pmatrix} -\frac{m_{j,x} - \hat{\mu}_{t,x}}{h_3} & -\frac{m_{j,y} - \hat{\mu}_{t,y}}{h_3} & 0 \\ \frac{m_{j,y} - \hat{\mu}_{t,y}}{h_3^2} & -\frac{m_{j,x} - \hat{\mu}_{t,x}}{h_3^2} & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{gdzie } h_3 = h(\hat{\mu}_t, j, m)_r$$

## Pytania kontrolne

1. Jakie są wejścia i wyjścia w zadaniu lokalizacji probabilistycznej?
2. W jaki sposób w zadaniu lokalizacji używany jest EKF?

## Algorytm lokalizacji EKF – faza korekty

Dla każdej obserwacji  $z_t^j = (r_t^j, \phi_t^j, s_t^j)$

$$S_t^j = H_t^j \bar{\Sigma}_t (H_t^j)^T + Q_t$$

$$K_t^j = \bar{\Sigma}_t (H_t^j)^T (S_t^j)^{-1}$$

$$\bar{\mu}_t = \hat{\mu}_t + K_t^j (z_t^j - \hat{z}_t^j)$$

$$\bar{\Sigma}_t = (I - K_t^j H_t^j) \bar{\Sigma}_t$$

Ostatecznie:

$$\mu_t = \bar{\mu}_t$$

$$\bar{\Sigma}_t = \Sigma_t$$

$$p_{z_t} = \prod_j \frac{1}{\sqrt{\det 2\pi S_t^j}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (z_t^j - \hat{z}_t^j)^T (S_t^j)^{-1} (z_t^j - \hat{z}_t^j) \right\}$$