

Podstawy robotyki

Wykład VII

Kinematyka robota mobilnego

Janusz Jakubiak

Instytut Informatyki, Automatyki i Robotyki
Politechnika Wrocławska



Specyfika robotów mobilnych

- ▶ otwarta przestrzeń robocza
- ▶ nieholonomiczne ograniczenia ruchu
- ▶ często brak możliwości dokładnego wyznaczenia położenia robota



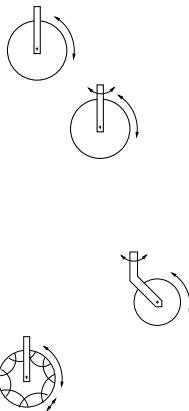
Założenia ograniczeń ruchu

- ▶ ruch odbywa się na płaszczyźnie poziomej
- ▶ koła i szkielet robota są sztywne
- ▶ brak poślizgu kół



Rodzaje kół

- ▶ stałe
- ▶ sterowalne
- ▶ swobodne (*castor*)
- ▶ szwedzkie¹

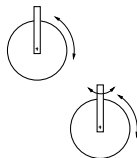


¹<http://www.araa.asn.au/acra/acra2002/Papers/Diegel-Badve-Bright-Potgieter-Tlale.pdf>

Rodzaje kół

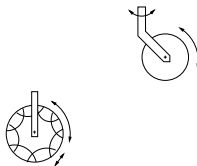
- ▶ wprowadzające ograniczenia

- ▶ stałe
- ▶ sterowalne



- ▶ bez ograniczeń

- ▶ swobodne (*castor*)
- ▶ szwedzkie¹



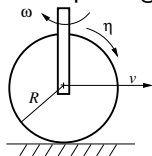
¹<http://www.araa.asn.au/acra/acra2002/Papers/Diegel-Badve-Bright-Potgieter-Tlale.pdf>

Ograniczenia ruchu – monocykl

Współrzędne uogólnione:

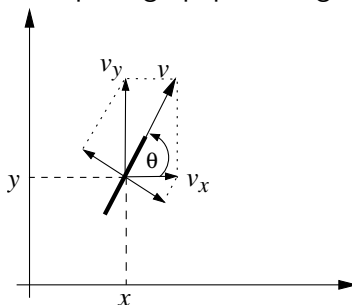
$$q = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \\ \eta \end{bmatrix}$$

Brak poślizgu wzdłużnego:



$$v = R\eta$$

Brak poślizgu poprzecznego:



$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0$$

$$\begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = 0$$



Ograniczenia ruchu – postać Pfaffa

Ograniczenia w postaci Pfaffa

$$A(q)\dot{q} = 0$$

Jeśli ograniczenia są *całkowalne*, tzn. jeśli można je zastąpić ograniczeniami w postaci $f(q) = 0$, to nazywamy je *holonomicznymi*. W przeciwnym przypadku nazywamy je *nieholonomicznymi*.

Postać równań kinematyki robota mobilnego

$$\dot{q} = G(q)u$$

Stąd $G(q)$ należy do *przestrzeni zerowej* $A(q)$

$$\forall_u \quad A(q)G(q)u = 0$$



$$A(q) = \begin{bmatrix} \sin \theta & -\cos \theta & 0 \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix}$$

więc

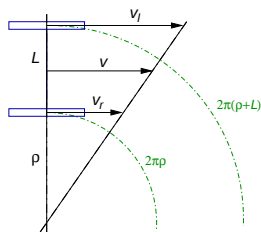
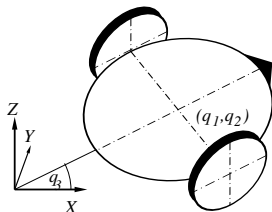
$$G(q) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A równania kinematyki mają postać

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases}$$



Monocykl i napęd różnicowy



Korzystając z faktu, że po zatoczeniu pełnego okręgu w czasie T

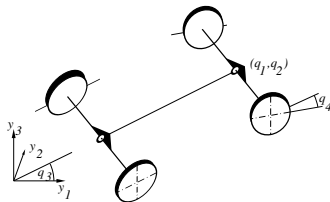
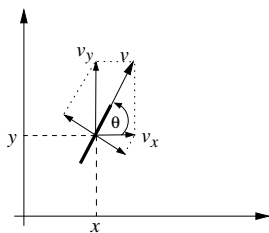
$$vT = 2\pi(\rho + \frac{L}{2}) \quad v_r T = 2\pi\rho \quad v_l T = 2\pi(\rho + L) \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

układ różnicowy można sprowadzić do układu monocykla za pomocą podstawienia

$$\begin{cases} v = \frac{1}{2}(v_r + v_l) \\ \omega = \frac{1}{L}(v_r - v_l) \end{cases}$$



Samochód kinematyczny



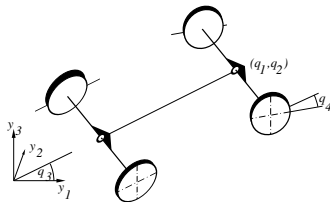
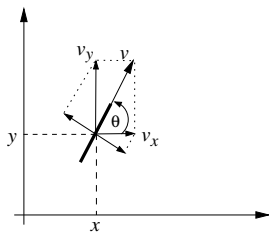
$$\dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi = 0$$

$$\dot{x} \sin(\varphi + \theta) - \dot{y} \cos(\varphi + \theta) + \dot{\varphi} l \cos \theta = 0$$

$$A(q) = \begin{bmatrix} \sin \varphi & \cos \varphi & 0 & 0 \\ \sin(\varphi + \theta) & -\cos(\varphi + \theta) & l \cos \theta & 0 \end{bmatrix}$$



Samochód kinematyczny



$$\begin{cases} \dot{x} = u_1 \cos \varphi \cos \theta \\ \dot{y} = u_1 \sin \varphi \cos \theta \\ \dot{\varphi} = \frac{1}{l} u_1 \sin \theta \\ \dot{\theta} = u_2 \end{cases}$$

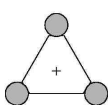


Przykłady trójkółowych robotów mobilnych²

Autonomous Mobile Robots, Chapter 3

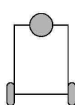
3.3.3

Five Basic Types of Three-Wheel Configurations



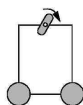
Omnidirectional

$$\begin{aligned}\delta_M &= 3 \\ \delta_m &= 3 \\ \delta_s &= 0\end{aligned}$$



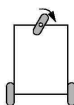
Differential

$$\begin{aligned}\delta_M &= 2 \\ \delta_m &= 2 \\ \delta_s &= 0\end{aligned}$$



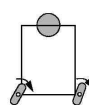
Omni-Steer

$$\begin{aligned}\delta_M &= 3 \\ \delta_m &= 2 \\ \delta_s &= 1\end{aligned}$$



Tricycle

$$\begin{aligned}\delta_M &= 2 \\ \delta_m &= 1 \\ \delta_s &= 1\end{aligned}$$



Two-Steer

$$\begin{aligned}\delta_M &= 3 \\ \delta_m &= 1 \\ \delta_s &= 2\end{aligned}$$

© R. Siegwart, I. Nourbakhsh

²na podstawie „Introduction to Autonomous Mobile Robots” Roland Siegwart, Illah Reza Nourbakhsh, http://books.google.com/books?id=gUbQ9_weg88C&printsec=frontcover&hl=pl